$$E[X_i] = \mu \quad , \quad Var(X_i) = \sigma^2$$

$$Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

$$E[Y] = E[X_1] + \dots + E[X_n] = n\mu$$

immer

$$Var(Y) = Var(X_1) + \dots + Var(X_n) = n\sigma^2$$

X_i unabhängig

$$Y \underset{\substack{n\to\infty \\ \text{ZGS}}}{\sim} N(n\mu, n\sigma^2)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} Y \quad , \quad E[\bar{X}] = \frac{1}{n} E[Y] = \mu$$

$$Var(\bar{X}) = Var\left(\frac{1}{n} Y\right) = \frac{1}{n^2} Var(Y) = \frac{\sigma^2}{n} \;!$$

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

z - Test

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}, \quad \overline{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$$

wir wissen (s.o.) $E[\overline{X}] = \mu_0$, $Var(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

unter Annahme der Nullhypothese

damit $Z \sim N(0, 1)$

$$E[Z] = E\left[\frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}\right] = \frac{\sqrt{n}}{\sigma} E[\overline{X} - \mu_0]$$

$$= \frac{\sqrt{n}}{\sigma}\left(E[\overline{X}] - \mu_0\right) = 0$$

$$Var(Z) = Var\left(\frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}\right) = \frac{n}{\sigma^2} Var(\overline{X} - \mu_0)$$

$$= \frac{n}{\sigma^2} Var(\overline{X}) = 1$$

VI beim t-Test

$H_0: \mu = \mu_0 \quad (H_A: \mu \neq \mu_0)$

H_0 wird <u>nicht</u> verworfen falls

$t_{df,1-\alpha/2}$

$$-t < \underbrace{\frac{\bar{X}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}}_{T} < t$$

$$\Longleftrightarrow \quad -\frac{ts}{\sqrt{n}} < \bar{X}-\mu_0 < \frac{ts}{\sqrt{n}}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \frac{ts}{\sqrt{n}} > \mu_0 - \bar{X} > -\frac{ts}{\sqrt{n}}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \bar{X} + \frac{ts}{\sqrt{n}} > \mu_0 > \bar{X} - \frac{ts}{\sqrt{n}}$$

zum Wilcoxon-Test

Summe aller Ränge

$$1+2+\ldots+n = \frac{n}{2}(n+1)$$

Hälfte der di pos., Hälfte neg. und auch betragsmäßige Abw. ≈ gleich groß

$$\Rightarrow \quad U^+ \approx U^- \approx \frac{1+2+\ldots+n}{2} = \frac{n(n+1)}{4}$$