

Fakultät

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \cdot 1 = 2$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

$$n! = (n-1)! \cdot n \quad \forall n \geq 1$$

Urnenmodell: ohne Zurücklegen mit Beachtung der Reihenfolge.

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{1. Ziehung}}}{n} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2. Ziehung}}}{(n-1)} \cdot (n-2) \cdots (n-h+1) \cdot \frac{(n-h)!}{(n-h)!} = \frac{n!}{(n-h)!}$$

Binomialcoëfficiënt

$$\text{Berspel: } \binom{8}{3} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 56$$

$$\binom{n}{0} = \frac{n!}{n!0!} = \frac{n!}{n! \cdot 1} = 1 \quad (i)$$

$$\binom{n}{1} = \frac{n!}{(n-1)!1!} = \frac{n!}{(n-1)!} = n \quad (ii)$$

$$\binom{n}{n-h} = \frac{n!}{(n-h)!(n-(n-h))!} = \frac{n!}{(n-h)!h!} = \binom{n}{h} \quad (iii)$$

$$\binom{n}{h} := 0 \quad \forall \quad h > n$$

$$\Rightarrow \binom{n}{n}_{(i),(iii)} = 1, \quad \binom{n}{n-1}_{(ii),(iii)} = n$$

Herleitung Binomialverteilung

Bsp: $n=8$

$$\mathbb{P}[++-+-----] = \mathbb{P}[+]^3 \cdot \mathbb{P}[-]^5$$
$$= p^3 \cdot (1-p)^5$$

Wahrscheinlichkeit für genau

diese Sequenz

andere Möglichkeiten für 3 x "Erfolg" (+) und
5 x "Misserfolg" (-) erhält man durch Umordnen
der k $\oplus$ -Zeichen und $(n-k)$ $\ominus$ -Zeichen
hier $\nearrow 3$ $\nearrow 5$

liefert in Beispiel

$$\frac{8!}{3!5!} = \binom{8}{3}$$

und in Allg.

$$\frac{n!}{h!(n-h)!} = \binom{n}{h}$$

wobei W_h ist für eine solche Sequenz

$$p^h (1-p)^{n-h} \text{ war.}$$

Binomialtest: Spermasexing

① $H_0: p = 0,7$

② $H_A: p > 0,7$ (will Hersteller beweisen)

③ Teststatistik $X = \# \text{♀}$ bei $n=12$ Versuchen

④ Verteilung von X unter H_0

$$X \sim \text{Bin}(12; 0,7)$$

n p

⑤ Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$

⑥ Verwerfungsbereich $K = ?$

$$\mathbb{P}[X=12] = \binom{12}{12} 0,7^{12} \cdot 0,3^0 = 0,7^{12} \approx 1,38\%$$

$$\mathbb{P}[X=11] = \binom{12}{11} 0,7^{11} \cdot 0,3^1 = 12 \cdot 0,7^{11} \cdot 0,3 \approx 7,12\%$$

$$K = \{12\}$$

⑦ $\bar{X}_{\text{beobachtet}} \approx 11$

⑧ Testentscheidung: H_0 wird nicht verworfen

alternativ mit p-Wert

① - ⑤ bleibt

⑥ entfällt

⑦ bleibt

⑧ entfällt

⑨ p-Wert: $P[X \geq 11] \approx 8,5\%$

⑩ Testentscheidung: $p\text{-Wert} > \alpha$

d.h. H_0 wird nicht verworfen

Binomialverteilung mit MATLAB

$$X \sim \text{Bin}(n, p)$$

$$\mathbb{P}[X=h] = \binom{n}{h} p^h (1-p)^{n-h} = \text{binopdf}(h, n, p)$$

$$\mathbb{P}[X \leq h] = \text{binocdf}(h, n, p)$$

Bsp: $\text{binocdf}(0:12, 12, 0.7)$

12. Spalte: $0,9862 = \mathbb{P}[X \leq 11]$

$$\Rightarrow \mathbb{P}[X \geq 12] = 1 - 0,9862 = 0,0138$$

andere Schreibweise für VI

$$p = \frac{x}{n} \pm 2 \sqrt{\frac{1}{n} \frac{x}{n} \left(1 - \frac{x}{n}\right)}$$

95%-VI für beidseitig Binomialtest
und Faustregel