

Vortrag 1: Mein Titel

Hans Mustermann

16.06.2024

Hier beginnt Ihr Handout. Strukturieren Sie Ihr Handout so gut wie möglich. In LaTeX stehen dazu zum Beispiel Abschnitte (sections, subsections usw.) sowie für mathematische Strukturierung die theorem-Befehle (Definition, Lemma, Satz, usw.) zur Verfügung. Es folgt ein Beispiel für einen ersten Abschnitt.

1 Der kleine Gauß

Sei $\mathbb{N} := \{1, 2, \dots\}$.

Definition 1 (arithmetische Folge) Eine Folge $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ reeller Zahlen heißt arithmetische Folge, falls ein $d \in \mathbb{R}$ existiert mit $a_k = a_1 + (k - 1)d$ für alle $k \in \mathbb{N}$.

Die bekannteste arithmetische Folge ist die mit $a_1 := 1$ und $d := 1$, also $a_k = k$ für alle $k \in \mathbb{N}$. Für die Partialsummen dieser Folge gilt die folgende Gaußsche Summenformel.

Satz 1 (Gauß) Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}. \quad (1)$$

Bew.: Induktion nach n . Für $n = 1$ ist die Aussage offenbar gültig, da beide Seiten der Gleichung (1) gleich 1 sind. Der Induktionsschritt von $n \in \mathbb{N}$ nach $n + 1$ lautet

$$\sum_{k=1}^{n+1} k = \sum_{k=1}^n k + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + n+1 = (n+1) \left(\frac{n}{2} + 1 \right) = \frac{(n+1)(n+2)}{2},$$

wobei die zweite Gleichheit nach Induktionsvoraussetzung gilt. □

Bem.: Gauß bewies Satz 1 nicht durch Induktion. Er ging stattdessen geschickter wie folgt vor. Summieren der Partialsumme $1 + 2 + \dots + (n - 1) + n$ und der rückwärts summierten Partialsumme $n + (n - 1) + \dots + 2 + 1$ ergibt n mal den Wert $n + 1$, also den Wert $n(n + 1)$. Die Hälfte davon muss also der Wert der Partialsumme $\sum_{k=1}^n k$ sein.

2 Zweiter Abschnitt

Hier steht im Moment nicht mehr viel. Für weitere Informationen zu arithmetischen Folgen und Reihen und allgemeineren Reihen verweisen wir auf das Buch von Grigorieva [1].

Literatur

- [1] GRIGORIEVA, E. (2016) *Methods of Solving Sequences and Series Problems*. Springer, Switzerland.