
BLATT 11Abgabe: 10.07.2024, 14:00 Uhr (Postfach im C-Bau, 3. Stock)

Aufgabe 1. Es seien $\nu \in \mathbb{Z}_{\geq 0}^n$ und $d := \nu_1 + \dots + \nu_n$. Berechne den Divisor der rationalen Funktion

$$f := \frac{T_1^{\nu_1} \dots T_n^{\nu_n}}{T_0^d} \in \mathbb{K}(\mathbb{P}_n).$$

Aufgabe 2. Es sei X eine normale affine Varietät und $Y \subseteq X$ eine abgeschlossene Menge, sodass $\mathcal{O}_X(X) \rightarrow \mathcal{O}_X(X \setminus Y)$, $f \mapsto f|_{X \setminus Y}$ ein Isomorphismus ist. Zeige, dass $\dim(Y) \leq \dim(X) - 2$ gilt.

Aufgabe 3. Es seien X eine normale irreduzible Prävarietät der Dimension n und $f \in \mathbb{K}(X)$. Zeige: Es gilt $\text{Def}(f) = X$ oder $X \setminus \text{Def}(f)$ ist rein $(n - 1)$ -dimensional.

Aufgabe 4. Berechne die Divisorenklassengruppe $\text{Cl}(X)$ für die Gerade X mit dem doppelten Nullpunkt.

Aufgabe 5. Zeige: Die Divisorenklassengruppe der affinen Varietät $X = V(T_1T_2 - T_3^2) \subseteq \mathbb{K}^3$ ist isomorph zu $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.

Aufgabe 6. Zeige: Die Divisorenklassengruppe der affinen Varietät $X = V(T_1T_2 - T_3T_4) \subseteq \mathbb{K}^4$ ist isomorph zu \mathbb{Z} .