

# Proseminar Analysis

Winter 2023/24, Tübingen

Sascha Eichmann

Wir besprechen verschiedene ergänzende Themen zu den Vorlesungen Analysis 1 und 2, für die üblicherweise keine Zeit bleibt in diesen Veranstaltungen. Wir werden uns dabei zuerst mit Reihen und Produktentwicklungen von bestimmten Funktionen beschäftigen und daraus einige Folgerungen ziehen, z.B. über die Fakultät einer Zahl und deren Wachstum. Danach untersuchen wir den Begriff der Konvexität für Funktionen und Mengen und können z.B. feststellen, dass konvexe Funktionen immer stetig sind. Wir schließen dann die Veranstaltung mit dem Satz von Weierstraß, der besagt, dass alle stetige Funktionen durch Polynome beliebig gut approximierbar sind.

Die Themen und Aufteilung der Vorträge sind wie folgt:

1. Bernoulli Zahlen und die Eulersche Summenformel. Primärquelle [2, 95], Sekundärquelle [6, 7.20, 12.15-12.16.]
2. Stirlingformel und Wallis Produkt, Primärquelle [2, 94, 96], Sekundärquelle [6, 12.19-12.20]
3. Fourierreihen: Einführung und der Satz von Riemann-Lebesgue. Primärquelle [3, 134]
4. Fourierreihen: Dini-Kriterium für Konvergenz, Primärquelle [1, 11.9-11.12], Sekundärquelle [3, 135].
5. Anwendung der Fourierreihen: Die allgemeine harmonische Reihe, Primärquelle [3, 138.1,138.2,138.4]
6. Partialbruchzerlegung des cotanges, Beweis über eine Funktionalgleichung [6, 8.12] und über Fourierreihen [3, Aufgabe 138.1]
7. Produktdarstellung des sinus, Primärquelle [3, 149], Sekundärquelle [6, 12.18]
8. Gamma-Funktion und deren Eigenschaften, Primärquelle [3, 150] Sekundärquelle [6, 12.8]
9. Eigenschaft konvexer Funktionen im Eindimensionalen, Primärquelle [6, 11.17-11.19].
10. Konvexe Mengen im  $\mathbb{R}^n$  und deren geometrische Eigenschaften, Primärquelle [5, 1.22-1.23],
11. Newtonverfahren zur numerischen Nullstellenbestimmung, Primärquelle Eindimensional [6, 11.27], Mehrdimensional [5, 4.3].

12. Stammfunktionen von Vektorfeldern, Primärquelle [5, 6.12 a], für die Definition von Wegintegralen, [5, 6.16-6.17 ohne Beispiele].
13. Approximation stetiger Abbildungen durch Polynome, Satz von Weierstraß. Primärquelle [4, Satz 7.26- Satz 7.29]
14. Die Verallgemeinerung des Satzes von Weierstraß von Stone. Primärquelle [4, Def. 7.30-Satz 7.32].

## Literatur

- [1] T. Apostol. *Mathematical Analysis*. Addison-Wesley, 1974.
- [2] H. Heuser. *Lehrbuch der Analysis, Teil 1*. Teubner, 1980.
- [3] H. Heuser. *Lehrbuch der Analysis, Teil 2*. Teubner, 1980.
- [4] Walter Rudin. *Analysis*. De Gruyter, 3. edition, 1976. Deutsche Übersetzung.
- [5] Wolfgang Walter. *Analysis 2*. Springer, 5. erweiterte edition, 2002.
- [6] Wolfgang Walter. *Analysis 1*. Springer, 7. edition, 2003.