Lineare Algebra 1 Blatt **6**
Winter 2024/25
Professor Deitmar Abgabe: **28.11.2024, 10:00**

Vier Punkte pro Aufgabe.

1. Sei V ein endlich-dimensionaler Vektorraum. Gibt es eine lineare Abbildung $T : V \to V$ mit $\mathrm{Bild}(T) = \ker(T)$?

2. Sei $A \in \mathrm{M}_3(\mathbb{Q})$ die Matrix und $b \in \mathbb{Q}^3$ der Spaltenvektor:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \\ 3 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

   Bestimme die Loesungsmenge $L = \{x \in \mathbb{Q}^3 : Ax = b\}$. Beschreibe L in der Form $L = v_0 + U$, wobei $v_0 \in \mathbb{Q}^4$ und U ein Unterraum ist. Gib eine Basis von U an.

3. Berechne die Inverse der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Zeige, dass jeder Unterraum $V \subset \mathrm{M}_n(K)$ der Dimension $> n(n-1)$ eine invertierbare Matrix enthaelt.