

# LINEARE ALGEBRA 2

<https://www.math.uni-tuebingen.de/de/forschung/algebra/lehre/ss22/lina2>

Fachbereich Mathematik  
Arbeitsbereich Algebra  
Sommersemester 2022

---

## BLATT 12

Abgabe: Donnerstag, den 21.07.2022, 10:00 Uhr

---

**Aufgabe 1.** Es seien  $\mathbb{K}$  ein Körper,  $V$  ein  $\mathbb{K}$ -Vektorraum und  $v_1, \dots, v_k \in V$ . Beweise die Äquivalenz folgender Aussagen:

(i) Die Familie  $(v_1, \dots, v_k)$  ist linear abhängig.

(ii) Es gilt  $v_1 \wedge \dots \wedge v_k = 0$ .

⊗ **Aufgabe 2.** Es seien  $\mathbb{K}$  ein Körper und  $v_1, \dots, v_n \in \mathbb{K}^n$ . Zeige: Es gilt

$$v_1 \wedge \dots \wedge v_n = \det(v_1, \dots, v_n) \cdot e_1 \wedge \dots \wedge e_n.$$

⊗ **Aufgabe 3.** Es sei  $V := \mathbb{R}^3$ . Bestimme die darstellende Matrix  $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(\varphi)$  der linearen Abbildung

$$\varphi := \mu_A \wedge \mu_A: V \wedge V \rightarrow V \wedge V$$

bezüglich der Basis  $\mathcal{B} = (e_1 \wedge e_2, e_1 \wedge e_3, e_2 \wedge e_3)$ , wobei die Matrix  $A$  gegeben sei als

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

---

Die mit ⊗ gekennzeichneten Aufgaben sind zur besonders sorgfältigen schriftlichen Ausarbeitung vorgesehen und werden mit 0–4 Punkten bewertet. Die restlichen Aufgaben werden auf sinnvolle Bearbeitung geprüft.