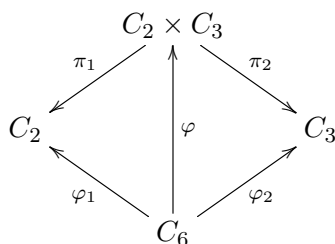


LINEARE ALGEBRA 2

BLATT 1

Abgabe: Donnerstag, den 28.04.2022, 10:00 Uhr

- ⊗ **Aufgabe 1.** Beweise Bemerkung 1.1.20: Es sei $\varphi: G \rightarrow H$ ein Homomorphismus von Gruppen. Dann gilt:
- (i) Für jede Untergruppe $H' \leq H$ ist das Urbild $\varphi^{-1}(H')$ eine Untergruppe von G .
 - (ii) Für jede Untergruppe $G' \leq G$ ist das Bild $\varphi(G')$ eine Untergruppe von H .
- ⊗ **Aufgabe 2.** Zeige, dass man mit den Gruppenhomomorphismen $\varphi_1: C_6 \rightarrow C_2, \bar{a} \mapsto \overline{r(a; 2)}$ und $\varphi_2: C_6 \rightarrow C_3, \bar{a} \mapsto \overline{r(a; 3)}$ das folgende kommutative Diagramm erhält



Zeige weiter, dass $\varphi: C_6 \rightarrow C_2 \times C_3$ ein Isomorphismus ist. Das bedeutet dann insbesondere $C_6 \cong C_2 \times C_3$.

Aufgabe 3. Bestimme sämtliche Untergruppen, Normalteiler und Faktorgruppen der symmetrischen Gruppe S_3 .

Aufgabe 4. Es seien G eine endliche Gruppe und $g \in G$. Zeige:

- (i) Es gilt $\text{ord}(g) = \min(n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}; g^n = e_G)$.
- (ii) Es gilt $g^{|G|} = e_G$.

Die mit ⊗ gekennzeichneten Aufgaben sind zur besonders sorgfältigen schriftlichen Ausarbeitung vorgesehen und werden mit 0–4 Punkten bewertet. Die restlichen Aufgaben werden auf sinnvolle Bearbeitung geprüft.