

# Mathematik 1 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 14 (Abgabe spätestens 31.01.2025, 8:00)

---

## Aufgabe 74 (8 Punkte)

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen (wobei  $x, y \in \mathbb{R}$ ).

a)  $\frac{85 + 55i}{3 - i}$       b)  $(y - ix)^3$       c)  $\sqrt{5} \exp\left(\frac{1}{2} \log(10) + i\frac{\pi}{4}\right)$       d)  $\cos(x + iy)$

## Aufgabe 75 (3+5 = 8 Punkte)

- a) Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , für die gilt  $25 = z^{25}$ .  
b) Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , für die gilt  $z^4 = -81i$ . Markieren Sie diese  $z$  in einer Skizze der komplexen Ebene.

## Aufgabe 76 (10 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie eine bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf  $\mathbb{C}^4$  orthonormierte Basis des Unterraums  $U \subset \mathbb{C}^4$  gegeben durch

$$U = \text{span} \left( \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ i \end{pmatrix} \right).$$

## Aufgabe 77 (2+3+3 = 8 Zusatzpunkte)

Sei  $A \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  gegeben als

$$A = \begin{pmatrix} 1 - 3i & i - 3 \\ 3 + i & 1 + 3i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $\det A$ ,  $\overline{A}^T A$  und  $A^{-1}$ .

## Aufgabe 78 (12 Punkte)

Berechnen Sie

a)  $\int_1^e \frac{x^2 - 2 - 5\sqrt{x}}{x} dx$       b)  $\frac{d}{dx} \int_x^{2025} e^{-t^2} dt$       c)  $\frac{d}{dx} \int_0^{x^3} e^{-t^2} dt$

HINWEISE: Denken Sie bei den Teilen (b) & (c) daran, dass  $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$  ist, wobei  $F$  der Gleichung  $F'(t) = f(t)$  genügt – vielleicht ist es ja egal, ob wir  $F$  explizit kennen...

## Aufgabe 79 (4 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 02.02.2025 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die Skills

- *Functions defined by definite integrals (accumulation functions)* und
- *Finding derivative with fundamental theorem of calculus: chain rule.*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).