

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 8 (Abgabe spätestens 06.12.2024, 8:00)

Aufgabe 39

(12 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

a) $\sinh x$

b) $\cosh x$

c) $\arctan x$

um $x_0 = 0$. Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweilige Funktion?

HINWEIS: Denken Sie bei (c) an die Herleitung der Taylorreihe von \log in der Vorlesung.

Aufgabe 40

(16 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorreihen der folgenden Funktionen (ggf. stetig fortgesetzt) um null, und geben Sie an, wo diese konvergieren.

a) e^{-x^2}

b) $\frac{1 - \cos x}{x^2}$

c) $\frac{1}{(1-x)(2-x)}$

d) $\frac{\sin x}{1-x^2}$

Aufgabe 41

(8 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte (mit Erklärung/Herleitung)!

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)^{24}}{(x - \sin x)^8}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{20} \sin^{24}(x)}{(1 - \cos x)^{22}}$

Aufgabe 42

(12 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

a) $\frac{1}{20+x}$ um $x_0 = 24$,

b) e^{-x} um $x_0 = 20$

und

c) $\sin x$ um $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweiligen Funktionen?

Aufgabe 43

(10 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 12.01.2025 auf www.khanacademy.org die Skills

- *Infinite geometric series,*
- *Function as a geometric series,*
- *Taylor & Maclaurin polynomials,*
- *Integrals & derivatives of functions with known power series* und
- *Maclaurin series for $\sin x$, $\cos x$, and e^x*

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).

(ii) Die Taylor-Reihe um null heißt auch Maclaurin-Reihe.