

# Mathematik 1 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 7 (Abgabe spätestens 29.11.2024, 8:00)

---

## Aufgabe 33 (12 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen differenzierbar? Bestimmen Sie dort die Ableitung.

$$f_1(x) = (24)^x, \quad f_2(x) = (\log(x^2))^4, \quad f_3(x) = \log_{24}(x), \quad f_4(x) = x^x.$$

## Aufgabe 34 (6 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$  sowie  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$ . HINWEIS: Die Regel von l'Hospital ist hilfreich.

## Aufgabe 35 (16 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{\nu=0}^{\infty} x^{\nu} \quad \forall |x| < 1.$$

Bestimmen Sie *damit* die Taylorreihen der folgenden Funktionen um Null, und geben Sie an, wo diese konvergieren.

$$\text{a) } \frac{1}{24-x} \quad \text{b) } \frac{1}{1+x^4} \quad \text{c) } \frac{x^{24}}{1-x^4} \quad \text{d) } \frac{1-x}{1+x}$$

HINWEIS: Sie müssen (und sollen) keine Ableitungen berechnen.

## Aufgabe 36 (keine Abgabe)

Sei

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}.$$

- Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$  mit (i)  $f(x) = 1$ , (ii)  $f(x) = -1$  und (iii)  $f(x) = 0$ .
- Skizzieren Sie den Graph von  $f$ .
- Ist  $f$  in Null stetig? Argumentieren Sie mit  $\varepsilon$  und  $\delta$ , und verwenden Sie dabei Ihre Ergebnisse aus Teil a.

Weiter sei

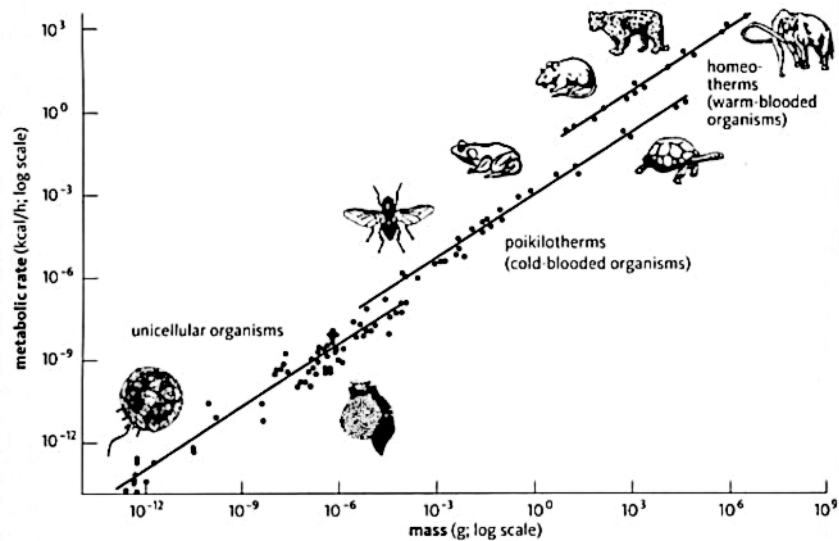
$$g(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases}.$$

$g$  ist für alle  $x \in \mathbb{R}$  differenzierbar.

- Bestimmen Sie  $g'(x)$  für  $x \neq 0$  sowie  $g'(0)$ . Ist  $g'$  in 0 stetig?

### Aufgabe 37 (Kleibersches Gesetz)

(keine Abgabe)



Im doppelt-logarithmischen Diagramm oben stellt eine Gerade den (idealisierten) Zusammenhang zwischen  $x$  (der Masse) und  $y$  (der Stoffwechselrate) für verschiedene Gruppen von Organismen dar. Bestimmen Sie für

- Warmblüter (*Homoiotherme*),
- Kaltblüter (*Poikilotherme*) und
- Einzeller

jeweils eine Formel der Form  $y = f(x)$ , für die Funktion  $f$ , deren Graph diese Gerade ist. Geben Sie dabei kurz an, welche Zahlen(-paare) Sie aus dem Diagramm abgelesen haben, und wie Sie daraus die Parameter in Ihren Funktionen  $f(x)$  bestimmt haben.

### Aufgabe 38

(8 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 12.01.2025 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die Skills

- *Evaluate logarithms (advanced)*,
- *Properties of exponents (rational exponents)*,
- *Limits using trig identities* und
- *Limits at infinity of quotients with trig.*

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).

$$(ii) \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}, \quad \csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}, \quad \cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}.$$