Universität Tübingen, Fachbereich Mathematik — Wintersemester 24/25
Dr. Stefan Keppeler

# Mathematik 1 für Naturwissenschaftler∗innen

Übungsblatt 5 (Abgabe spätestens 15.11.2024, 8:00)

---

**Aufgabe 23** (9 Punkte)

Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktionen[1]

a) $f(x) = \dfrac{9x^3 - 2x^4 - 3x}{3x^4 + 5x}$ b) $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$ c) $f(x) = \dfrac{\sqrt{\pi + x^2}}{2 - x}$

**Aufgabe 24** (16 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen[1] differenzierbar? Bestimmen Sie ggf. die Ableitung.

a) $f(x) = x|x|$ b) $f(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ c) $f(x) = |x^3 - x^5|$ d) $f(x) = \dfrac{x^2 - x^4}{1 + x^2}$

**Aufgabe 25** (9 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{7x + 14}{x^3 + 8}$ b) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{64x^4 - 4x^8}{2x^4 - 8x^2}$ c) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^{2n} - 1}{x^{2k+1} + 1}$ für $n, k \in \mathbb{N}$

**Aufgabe 26** (keine Abgabe)

Beweisen Sie die Kettenregel, d.h. zeigen Sie, dass für die Verkettung $f = g \circ h$ gilt, dass $f'(x_0) = g'(h(x_0)) \cdot h'(x_0)$ – unter der Voraussetzung, dass $g$ und $h$ auf geeigneten Bereichen (wo genau?) differenzierbar sind.

Benutzen Sie dabei unsere Definition von Differenzierbarkeit als lineare Approximierbarkeit. Klein-o hilft! Hier gibt's die Lösung: `https://youtu.be/1AQ7Gm4DS2c` – aber probieren Sie's zunächst selbst!

**Aufgabe 27** (9 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \dfrac{\pi}{n + 24}\right)^n$ b) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 - \dfrac{4}{3n}\right)^{n+24}$ c) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 - \dfrac{2}{24 - n}\right)^{3n}$

**Aufgabe 28** (2 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 12.01.2025 auf `www.khanacademy.org` die Skill

- *Divide polynomials with remainders.*

Hinweise: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).

---

[1] Wir definieren alle Funktionen für möglichst viele $x \in \mathbb{R}$.