

Mathematik 1 für Naturwissenschaftler*innen

Übungsblatt 4 (Abgabe spätestens 08.11.2024, 8:00)

Aufgabe 19

(9 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte, oder begründen Sie ggf., warum sie nicht existieren.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x^3 - 2x^4 - 3x}{3x^4 + 5x}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^3 - 2x^4 - 3x}{3x^4 + 5x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x - \pi}{|x - \pi|}$

Aufgabe 20

(3+3+4 = 10 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen¹ stetig, stetig fortsetzbar (und wie?) bzw. unstetig?

a) $f(x) = \frac{9x^3 - 2x^4 - 3x}{3x^4 + 5x}$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 4x - 5}$

c) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$

HINWEIS: In Teil (c) hilft die geometrische Summe $\sum_{n=0}^2 x^n$.

Aufgabe 21

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}_0$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

a) $\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^{\mu} \frac{5}{n - \nu + 1}$

b) $\sum_{\nu=1}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{5^{\mu} \nu}{\mu(\mu + 1)}$

HINWEIS: Kennzeichnen Sie in der $\mu\nu$ -Ebene jeweils alle Paare (μ, ν) , über die in $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \dots$ bzw. in $\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^{\mu} \dots$ summiert wird. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 22

(20 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 12.01.2025 auf www.khanacademy.org die Skills

- *Derivative as slope of curve,*
- *Visualizing derivatives,*
- *Differentiability at a point: graphical,*
- *Infinite limits: graphical,*
- *Limits by factoring,*
- *Limits using conjugates,*
- *Derivative & the direction of a function,*
- *Differentiate polynomials,*
- *Tangents of polynomials* und
- *Basic derivative rules: table.*

HINWEISE: Siehe Aufgabe 12 (Blatt 2).

¹Wir definieren alle Funktionen für möglichst viele $x \in \mathbb{R}$.