

# Mathematik 1 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 2 (Abgabe spätestens am 25.10.2024, 8:00)

---

## Aufgabe 6

(keine Abgabe)

Bestimmen Sie geometrisch:  $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2025}$ .

HINWEIS: Denken Sie an die Polardarstellung für komplexe Zahlen, fertigen Sie eine Skizze an und erklären Sie.

## Aufgabe 7

(10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

## Aufgabe 8

(10 Punkte)

Sei  $a_0 = 1$  sowie  $a_{n+1} = 2a_n + 24(1-n)$  für  $n \in \mathbb{N}_0$ .

- Bestimmen Sie  $a_n$  für  $n = 1, 2, 3$ .
- Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:  $a_n = 2^n + 24n \quad \forall n \in \mathbb{N}_0$ .

## Aufgabe 9

(10 Zusatzpunkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Die Summe der ersten  $n$  ungeraden positiven Zahlen ist gleich  $n^2$ .

HINWEISE: Formulieren Sie die Aussage zunächst mit der Summenschreibweise.

Für  $k \in \mathbb{N}$  ist  $2k$  gerade und  $2k-1$  ungerade und positiv.

## Aufgabe 10

(keine Abgabe)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

*Wird ein Kreis durch  $n$  Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, dass benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.*

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, dass die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

## Aufgabe 11

(20 Punkte)

Berechnen Sie (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten) für  $x \in \mathbb{R}$ :

a)  $\sum_{\nu=-1}^3 \nu(\nu-1)$       b)  $\sum_{k=1}^{n+3} 2^k$       c)  $\sum_{k=0}^{n+24} x^{n+k}$       d)  $\sum_{\mu=n}^m \mu$  für  $m > n \geq 0$ .

(Zusatzpunkte auf der Rückseite)

## Aufgabe 12

(22 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 12.01.2025 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) die Skills

- *Powers of the imaginary unit,*
- *Plot numbers on the complex plane,*
- *Add & subtract complex numbers,*
- *Graphically add & subtract complex numbers,*
- *Multiply complex numbers,*
- *Graphically multiply complex numbers,*
- *Finite geometric series in sigma notation,*
- *Finite geometric series,*
- *Finite geometric series word problems,*
- *Arithmetic series* und
- *Arithmetic series in sigma notation.*

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- a) Benutzen Sie die *englische* Version der Seite.
- b) Machen Sie sich auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- c) Machen Sie Ihre\*n Übungsgruppenleiter\*in zu Ihrem *Coach*. Dazu erhalten Sie von ihr/ihm einen *Class code*, bzw. einen Einladungslink.
- d) Ihr\*e Übungsgruppenleiter\*in wird Ihnen die obigen *Skills* als *Assignments* geben. Sie sehen diese *Assignments* in der Ansicht *Learner home* (auswählbar nach Klick auf Ihren Namen rechts oben).
- e) Bearbeiten Sie die *Assignments*. Wenn Sie alle Aufgaben einer *Skill* korrekt bearbeiten, erhalten Sie ein Ergebnis von 100%. Sie dürfen das beliebig oft versuchen. Es zählt immer der beste Versuch (aber erst nach dem *Assignment*).
- f) Für jede *Skill* aus den *Assignments*, bei der Sie zum Stichtag 100% erreicht haben, schreiben wir Ihnen 2 Zusatzpunkte gut.