Probeklausur Analysis I/Mathematik f. Physiker I

Peter Pickl
Fachbereich Mathematik, Universität Tübingen

19. Januar 2024

- Bitte schreiben Sie auf jedes Blatt, das Sie abgeben, oben rechts Ihren Namen. Beginnen Sie mit einer neuen Aufgabe immer ein neues Blatt. Kein Blatt soll Lösungvorschläge mehrerer Aufgaben beinhalten, das Verwenden mehrerer Blätter für eine Aufgabe ist natürlich zulässig.
- Erlaubte Hilfsmittel sind Schreibzeug und ein DIN A4 Blatt, das beidseitig handschriftlich beschrieben sein darf (legaler "Spickzettel"). Papier für die Lösungen wird gestellt. Ein nicht programmierbarer Taschenrechner ist zulässig.
- Sollten Sie Kommunikationsgeräte bei sich führen (Handy, Laptop, etc.) sind diese verschlossen aufzubewahren, z.B. in einem Rucksack mit geschlos-senem Reißverschluss. Gleiches gilt für jegliches Material, das mit dem Kurs zu tun hat (Bücher, Skripte etc.).
- Jede Aufgabe gibt die gleiche Punktzahl.
- Bei Bedarf kann zusätzliches Papier angefordert werden.
- Die Arbeitszeit beträgt 90 Minuten.

Name, Vorname:..

Matrikelnummer:..

Studienfach:...

1	2	3	4	5	Σ

Aufgabe 1: Überprüfen Sie, ob folgende Aussagen Tautologien, Kontradiktionen oder weder das eine, noch das andere sind:

a) $(A \Leftarrow \neg B) \Leftrightarrow (A \wedge B)$ b) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \vee \neg B)$

Aufgabe 2: Es seien die Abbildungen $f : A \to B$ und $g : B \to C$ gegeben. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

a) Falls g injektiv sind, so gilt: f injektiv $\Leftrightarrow g \circ f$ injektiv.

b) Falls f injektiv sind, so gilt: g injektiv $\Leftrightarrow g \circ f$ injektiv.

Aufgabe 3: Sei $T \subset \mathbb{R}$ offen. Zeigen Sie: $x \in T^c$ ist genau dann Randpunkt von T falls es eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset T$ gibt mit $\lim_{n\to\infty} a_n = x$ (T^c bezeichnet hier das Komplement von T).

Aufgabe 4: Sei $a > 0$. Bestimmen Sie jeweils nach einer geeigneten Wahl der Wertemenge die Ableitung von $f(x) = \log_a x$ und $g(x) = \operatorname{arccot}(x)$.

Aufgabe 5: Sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $f_a(x) = \frac{1}{2} \sin x + a$. Zeigen Sie, dass für jedes $a \in \mathbb{R}$ die Funktion f_a genau einmal die Winkelhalbierende des ersten und dritten Quadranten (d.h. die Gerade $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $g(x) = x$) schneidet.