MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT
DER UNIVERSITÄT TÜBINGEN WiSe 2023/24

Analysis I / Mathematik für Physiker I

Prof. Dr. P. Pickl, Umut Özcan

Blatt 6

Aufgabe 1: (2 Punkte) Zeigen sie: Hat eine monotone Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{R}$ einen Häufungspunkt, so ist sie konvergent.

Geben Sie dann einen kurzen Alternativbeweis für die Konvergenz einer monotonen und beschränkten Folge unter Verwendung des Satzes von Bolzano und Weierstraß.

Aufgabe 2: (2 Punkte) Sei M die Menge aller rellen Zahlen im Intervall $[0;1[$ deren Dezimalbruchentwicklung die Ziffer 3 nicht enthält. Zeigen Sie: M ist überabzählbar.

Aufgabe 3: (2 Punkte) Es sei $T \subset \mathbb{R}$, $\mathring{T}$ das Innere von T, d.h. die Menge aller inneren Punkte von T, δT der Rand von T, d.h. die Menge aller Randpunkte von T sowie $\overline{T} := \mathring{T} \cup \delta T$ der Abschluss von T.

Zeigen Sie: $\mathring{T}$ ist offen und δT sowie $\overline{T}$ sind abgeschlossen.

Aufgabe 4: (2 Punkte) Bestimmen Sie das Innere, den Rand und den Abschluss (gem. Definition in Aufgabe 3) folgender Teilmengen von $\mathbb{R}$:

(a) $[0;4[$ (0.5 Punkte)

(b) $[0,1] \cap \mathbb{Q}$. (1.5 Punkte)

Bitte geben Sie das Übungsblatt jeweils zu zweit oder zu dritt bei Ihrem Übungsleiter bis spätestens 29.11.2023 um 10:15 ab. Denken Sie daran, von allen zwei bzw. drei Personen die Namen auf dem Blatt anzugeben. Eine elektronische Abgabe per Upload über URM wird bevorzugt.