

Analysis I / Mathematik für Physiker I

Prof. Dr. P. Pickl, Umut Özcan

Blatt 2

Aufgabe 1: (2 Punkte) Zeigen Sie: Die Vereinigung abzählbar-unendlich vieler abzählbar-unendlicher Mengen ist abzählbar-unendlich. Das Produkt endlich vieler abzählbar-unendlicher Mengen ist abzählbar-unendlich. Hinweis: Betrachten Sie im zweiten Fall das Produkt zweier Mengen. Benutzen Sie jeweils das Diagonalisierungsargument aus der Vorlesung.

Aufgabe 2: (2 Punkte)

Es seien die Abbildungen $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$ gegeben. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- Falls g injektiv sind, so gilt: f injektiv $\Leftrightarrow g \circ f$ injektiv.
- Falls g surjektiv sind, so gilt: f surjektiv $\Leftrightarrow g \circ f$ surjektiv.
- Falls f injektiv sind, so gilt: g injektiv $\Leftrightarrow g \circ f$ injektiv.
- Falls f surjektiv sind, so gilt: g surjektiv $\Leftrightarrow g \circ f$ surjektiv.

Aufgabe 3: (2 Punkte) Überprüfen Sie, ob folgende Aussagen Tautologien, Kontradiktionen oder weder das eine, noch das andere sind:

- | | |
|---|--|
| a) $(A \Rightarrow \neg B) \Leftrightarrow (A \wedge B)$ | b) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B)$ |
| c) $[A \Rightarrow (B \Rightarrow C)] \Rightarrow [(B \wedge A) \Rightarrow C]$ | d) $[\neg A \Rightarrow (B \vee C)] \wedge (B \Leftarrow C)$ |

Aufgabe 4: (2 Punkte) Negieren Sie die folgenden Aussagen in einer Weise, dass nur direkt vor den Elementaraussagen Negationen stehen.

- Jeder Mensch, der schon mal in den Alpen war, träumt davon, dorthin zurück zu kehren.
- Es gibt ein Land, in dem Milch und Honig fließen.
- Für jede ganze Zahl z gibt es eine reelle Zahl r , so dass $r + z$ irrational aber r^z rational ist.
- $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$ so dass $|f(x) - f(y)| < \varepsilon \forall x, y$ mit $|x - y| < \delta$.

Bitte geben Sie das Übungsblatt jeweils zu zweit oder zu dritt bei Ihrem Übungsleiter bis spätestens 02.11.2023 um 08:15 ab. Denken Sie daran, von allen zwei bzw. drei Personen die Namen auf dem Blatt anzugeben. Eine elektronische Abgabe per Upload über URM wird bevorzugt.