Analysis I / Mathematik für Physiker I

Prof. Dr. P. Pickl, Umut Özcan

Blatt 12

Aufgabe 1: (2 Punkte) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ (stetig fortgesetzt). Zeigen sie, dass die Funktion überall differenzierbar ist, die Ableitung aber nicht überall stetig ist.

Aufgabe 2: (3/2+1/2 Punkte)

(a) Es sei I ein offenes Intervall, $f : I \to W$ eine streng monoton steigende, an der Stelle $a \in I$ differenzierbare Funktion mit $f'(a) \neq 0$, $g : W \to \mathbb{R}$ an der Stelle $f(a)$ nicht differenzierbar. Zeigen Sie, dass die Verknüpfung $g \circ f$ an der Stelle a nicht differenzierbar ist.

(b) Geben Sie ein Beispiel für eine Funktion $f : D \to W$, die an der Stelle a differenzierbar ist und eine Funktion $g : W \to \mathbb{R}$, die an der Stelle $f(a)$ nicht differenzierbar ist, so dass $g \circ f$ an der Stelle a differenzierbar ist.

Aufgabe 3: (2 Punkte) Bestimmen Sie die Ableitung des Arkuskosinus und des Arkustangens (jeweils auf einer geeigneten Wahl der Wertemenge).

Aufgabe 4: (2 Punkte) Gegeben sei die Funktion: $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $f(x) = x - 2\sqrt{x^2 + 3}$. Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion sowie deren Wertebereich.

Bitte geben Sie das Übungsblatt jeweils zu zweit oder zu dritt bei Ihrem Übungsleiter bis spätestens 24.01.2024 um 10:15 ab. Denken Sie daran, von allen zwei bzw. drei Personen die Namen auf dem Blatt anzugeben. Eine elektronische Abgabe per Upload über URM wird bevorzugt.