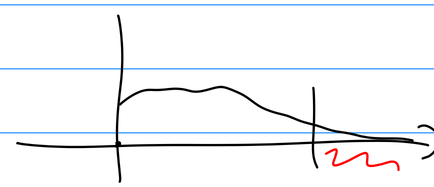
χ^2 Verteilungstest

Motivation: Würfel

Wert	1	2	3	4	5	6
Häufigk	n_1	n_2	..	..		n_6

Wir betrachten dazu die Größe

$$A = \sum_{j=1}^{k} \frac{(nP_j - n_j)^2}{nP_j}$$



$$n = \sum_{j=1}^{k} n_j$$

Bemerkung: Der obige Ausdruck A ist χ^2-Verteilt mit $k-1$ Freiheitsgraden (Vorausgesetzt P_j korrekt).

$$Z = \sum_{j=1}^{k-1} X_j^2$$

Fall $k=2$ Betrachte $Z = \dfrac{(nP_1 - n_1)}{\sqrt{nP_1 q_1}}$

Falls meine Münze in der Tat Wkt "p" für Kopf hat, ist das Standardnormalverteilt.

Also Z^2 ist $\chi^2(1)$-Verteilt.

$P_1 = p \qquad P_2 = q$

$q_1 = q \qquad q_2 = p$

$$Z^2 = \frac{(nP_1 - n_1)^2}{nP_1 q_1} = \frac{(np - n_1)^2 (p+q)}{npq} =$$

$$= \frac{(np - n_1)^2}{nq} + \frac{(np - n_1)^2}{np} =$$

$n_1 + n_2 = n \qquad p + q = 1$

$\Downarrow$

$np - n_1 = n(1-q) - (n - n_2) =$

$= n_2 - nq$

$$= \frac{(n_2 - nq)^2}{nq} + \frac{(np - n_1)^2}{np}$$

$$= \frac{(nP_2 - n_2)^2}{nP_2} + \frac{(nP_1 - n_1)^2}{nP_1} = \sum_{j=1}^{2} \frac{(nP_j - n_j)^2}{nP_j}$$