

## Mathematik 2 für Naturwissenschaftler\*innen

Übungsblatt 12 (Abgabe spätestens 18.07.2024, 10:00)

---

### Aufgabe 51

(20 Punkte)

Bestimmen Sie das Volumen des Torus (vgl. Aufgabe 30)

$$T = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} = \begin{pmatrix} (1 + r \sin u) \cos v \\ (1 + r \sin u) \sin v \\ r \cos u \end{pmatrix}, 0 \leq r \leq \frac{1}{2}, 0 \leq u < 2\pi, 0 \leq v < 2\pi \right\},$$

d.h. berechnen Sie  $\int_T dV$ . Bestimmen Sie auch seine Oberfläche, d.h.  $\int_{\partial T} dO$ , wobei

$$\partial T = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} = \begin{pmatrix} (1 + \frac{1}{2} \sin u) \cos v \\ (1 + \frac{1}{2} \sin u) \sin v \\ \frac{1}{2} \cos u \end{pmatrix}, 0 \leq u < 2\pi, 0 \leq v < 2\pi \right\}.$$

### Aufgabe 52

(10 Zusatzpunkte)

Sei  $M$  der Mantel eines Kegels der Höhe 5, wobei die Grundfläche ein Kreis mit Radius 2 sei.<sup>1</sup>

- Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Mantels, d.h. berechnen Sie  $\int_M dO$ .
- Bestimmen Sie den Fluss von  $f(\vec{x}) = \vec{x}$  durch den Kegelmantel  $M$ .

### Aufgabe 53

(10 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie die Oberfläche des Sattels

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 4, z = x^2 - y^2 \right\}$$

sowie den Fluss von  $\vec{v}(\vec{x}) = \vec{x}$  durch  $S$ .

HINWEIS: Ebene Polarkoordinaten,  $dx dy = r dr d\varphi$ , sind hilfreich.

---

<sup>1</sup>Wir haben die Mantelfläche eines Kegels am 11.07.24 in der Vorlesung parametrisiert.