Universität Tübingen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Frank Loose
David Seez

SS 2024
29.05.2024
Blatt 06

Übungen zu „Algebraische Topologie II“

Aufgabe 19. Sei $n \in \mathbb{N}_0$ und $\operatorname{pot}_n\colon \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1$, $z \mapsto z^n$.

(a) Zeigen Sie, dass n der Abbildungsgrad von pot_n ist.

(b) Zeigen Sie, dass die Definitionen für den Abbildungsgrad einer stetigen Abbildung $f\colon \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1$ aus der Überlagerungstheorie und der Homologietheorie äquivalent sind.

Aufgabe 20. Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass eine *Rotation* $A\colon \mathbb{S}^n \to \mathbb{S}^n$ (d.h. $A \in \mathrm{SO}(n+1)$) den Abbildungsgrad 1 hat. (Hinweis: $\mathrm{SO}(n+1)$ ist wegzusammenhängend.)

Aufgabe 21. Sei $n \in \mathbb{N}$ und $f\colon \mathbb{S}^n \to \mathbb{S}^n$ eine stetige Abbildung mit $\deg(f) \neq 0$. Zeigen Sie, dass f surjektiv ist.

Aufgabe 22.

(a) Sei $n \in \mathbb{N}_0$ gerade. Zeigen Sie, dass jede steige Abbildung $f\colon \mathbb{S}^n \to \mathbb{S}^n$ einen Fixpunkt oder einen Antipodenpunkt hat.

(b) Sei $n \in \mathbb{N}_0$ ungerade. Geben Sie eine stetige Abbildung $f\colon \mathbb{S}^n \to \mathbb{S}^n$ ohne Fix- und Antipodenpunkte an (und begründen Sie das).

Abgabe: Dienstag, den 04.06.2024 bis 18 Uhr via „urm“