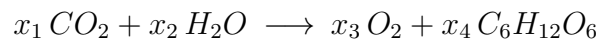


Beispiele für lineare Gleichungssysteme

1) Chemische Reaktion



Unbekannte: x_1, x_2, x_3, x_4

Anzahl C -Atome muss auf beiden Seiten der Reaktion gleich sein \Rightarrow

$$x_1 = 6x_4$$

Anzahl O -Atome:

$$2x_1 + x_2 = 2x_3 + 6x_4$$

Anzahl H -Atome:

$$2x_2 = 12x_4$$

Zusammengefasst:

$$\begin{array}{cccccc} x_1 & +0x_2 & +0x_3 & -6x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & +x_2 & -2x_3 & -6x_4 & = & 0 \\ 0x_1 & +2x_2 & +0x_3 & -12x_4 & = & 0 \end{array}$$

2) Elektrotechnik: Gleichstromkreis mit Widerständen

Widerstand \cdot Strom = Spannung, $R \cdot I = U$

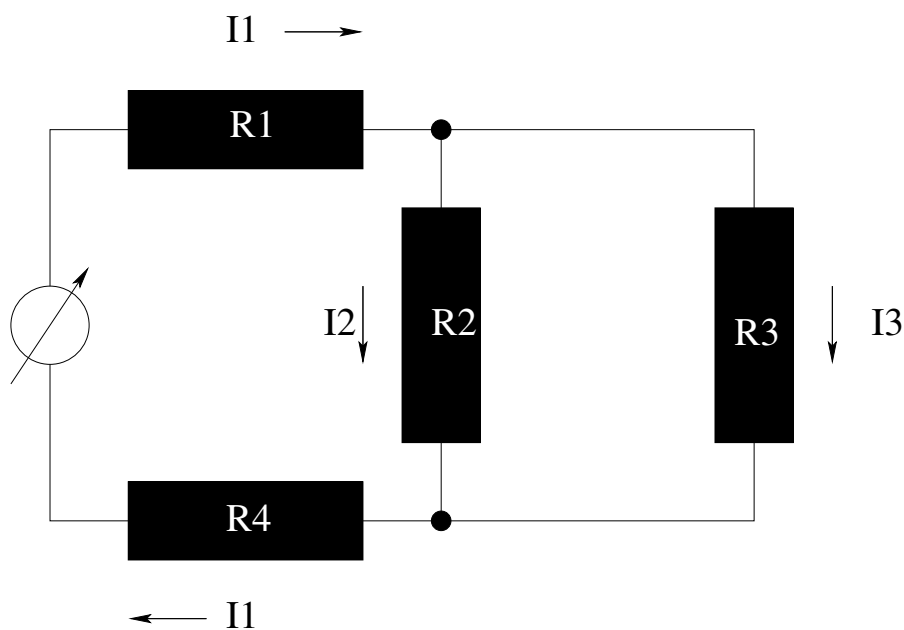
Kirchhoff-Gesetze:

a) In jedem Knotenpunkt ist die Summe der Ströme (mit Vorzeichen) = 0.

b) Um jede Fläche herum ist die Summe der Spannungen (mit Vorzeichen) = 0.

Beispiel: Gegeben R_1, \dots, R_4 , angelegte Spannung U_0 .

Gesucht: Spannung $R_3 I_3$ am Verbraucher R_3 , überhaupt alle Ströme I_1, \dots, I_3 .



Knoten:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$I_2 - I_1 + I_3 = 0$$

Flächen:

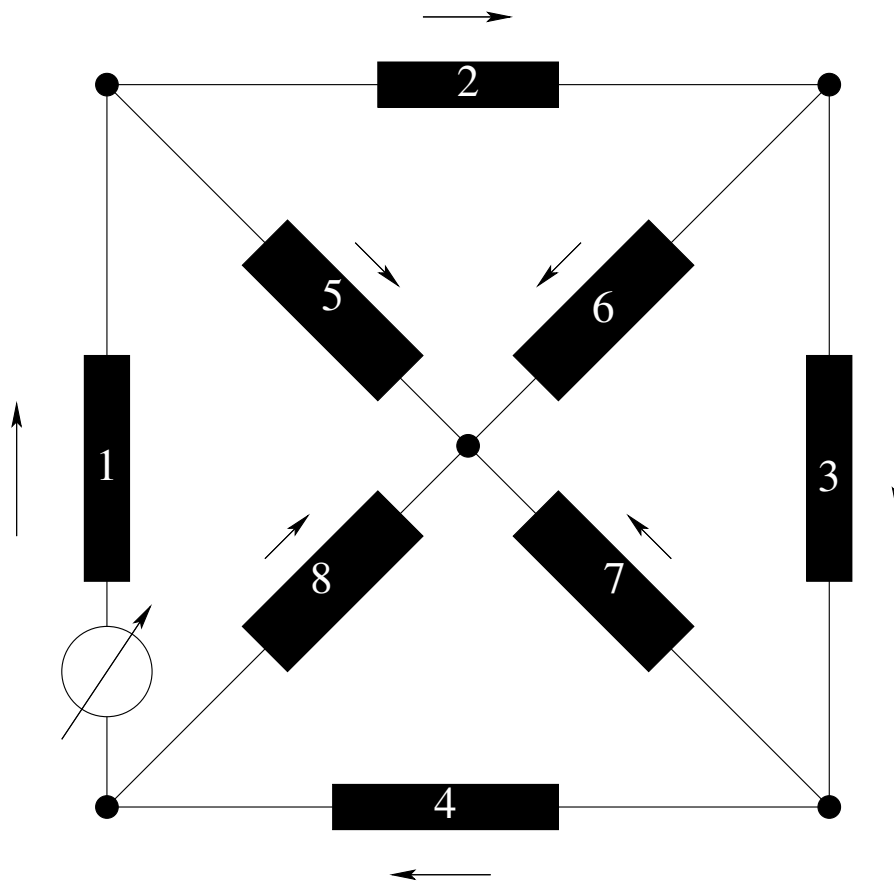
$$R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_4 I_1 = U_0$$

$$-R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0$$

Zusammengefasst:

$$\begin{array}{cccc} I_1 & -I_2 & -I_3 & = 0 \\ (R_1 + R_4)I_1 & +R_2 I_2 & +0I_3 & = U_0 \\ 0I_1 & -R_2 I_2 & +R_3 I_3 & = 0 \end{array}$$

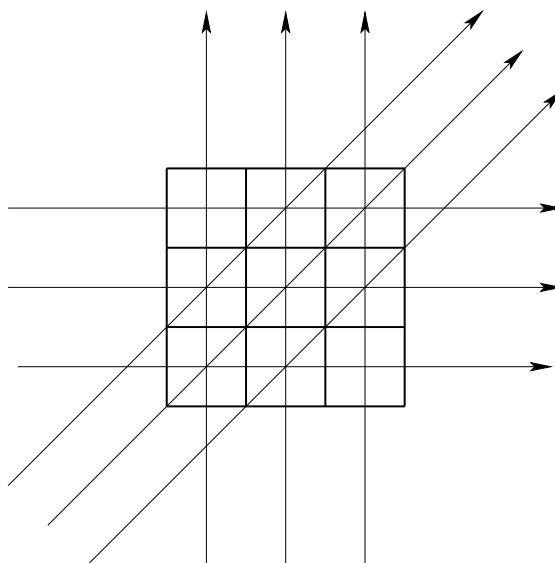
Beispiel:



$$\begin{array}{cccccccc}
 I_1 & -I_2 & & & -I_5 & & & = 0 \\
 & I_2 & -I_3 & & & -I_6 & & = 0 \\
 & & I_3 & -I_4 & & & -I_7 & = 0 \\
 -I_1 & & & +I_4 & & & & -I_8 = 0 \\
 & & & & I_5 & +I_6 & +I_7 & +I_8 = 0 \\
 R_1 I_1 & & & & +R_5 I_5 & & & -R_8 I_8 = U_0 \\
 & R_2 I_2 & & & -R_5 I_5 & +R_6 I_6 & & = 0 \\
 & & R_3 I_3 & & & -R_6 I_6 & +R_7 I_7 & = 0 \\
 & & & R_4 I_4 & & & -R_7 I_7 & +R_8 I_8 = 0
 \end{array}$$

3) Tomographie

| | | |
|------------|------------|------------|
| e^{-x_1} | e^{-x_2} | e^{-x_3} |
| e^{-x_4} | e^{-x_5} | e^{-x_6} |
| e^{-x_7} | e^{-x_8} | e^{-x_9} |



$$\begin{array}{ccccccc}
 x_1 & & & +x_4 & & & +x_7 & = -\log \lambda_1 \\
 & x_2 & & & +x_5 & & +x_8 & = -\log \lambda_2 \\
 & & x_3 & & & +x_6 & & +x_9 = -\log \lambda_3 \\
 x_1 & +x_2 & +x_3 & & & & & = -\log \nu_1 \\
 & & & x_4 & +x_5 & +x_6 & & = -\log \nu_2 \\
 & & & & & & x_7 & +x_8 & +x_9 = -\log \nu_3 \\
 & x_2 & & +x_4 & & & & & = -\log \mu_1 \\
 & & x_3 & & +x_5 & & +x_7 & & = -\log \mu_2 \\
 & & & & & x_6 & & +x_8 & = -\log \mu_3
 \end{array}$$