UNIVERSITÄT TÜBINGEN
FACHBEREICH MATHEMATIK

Hannah Markwig
Lou-Jean Cobigo

Convex Geometry

Wintersemester 2024/25

Übungsblatt 7

Abgabe am: Donnerstag, 12.12.2024, 10:00

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $\sigma = \mathrm{Cone}(e_1, e_2) \subset \mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie $\sigma^\vee$. Bestimmen Sie alle Seiten von σ und ihre dualen Seiten. Verifizieren Sie, dass für eine Seite τ gilt $\dim(\tau) + \dim(\tau^*) = 3$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei P ein Polytop.

- Zeigen Sie, P ist ein Gitterpolytop genau dann, wenn alle Ecken von P in $\mathbb{Z}^d$ liegen.
- Zeigen Sie, P ist ein Gitterpolytop genau dann, wenn P die konvexe Hülle seiner Gitterpunkte ist, i.e. $P = \mathrm{Conv}(P \cap \mathbb{Z}^d)$.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Zeigen Sie: der Normalenfächer der Minkowskisumme zweier (voll-dimensionaler) Polytope P und Q in $\mathbb{R}^d$ ist die gemeinsame Verfeinerung $\mathcal{N}(P) \wedge \mathcal{N}(Q)$.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Sie P ein volldimensionales Polytop und Q eine Seite von P. Zeigen Sie:

- Der Normalenfächer $\mathcal{N}(Q)$ hat Linearitätsraum $\mathrm{span}(Q)^\perp$.
- $\mathrm{Star}_{\mathcal{N}(P)}(\sigma_Q) = \mathcal{N}(Q)$.

Abgabe via URM. Die Übungen finden immer Mittwochs 12-14, in S11.