

Übungsblatt 11

Abgabe: Donnerstag, 23.01.2025, 10:00

---

**Aufgabe 1**

**(6 Punkte)**

Seien  $P \subset \mathbb{R}^n$  und  $Q \subset \mathbb{R}^m$  zwei Polytope und  $P \times Q$  das Kreuzprodukt in  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ . Zeigen Sie:

$$L_{P \times Q}(t) = L_P(t) \cdot L_Q(t).$$

---

**Aufgabe 2**

**(4 Punkte)**

Die Geradensegmente  $[(0, 0), (4, 2)], [(4, 0), (4, 2)], [(4, 0), (0, 2)], [(0, 0), (0, 2)]$  bilden die Kanten eines "gekreuzten Polygons"  $P$ . Zeigen Sie: Die Formel von Pick gilt nicht für  $P$ .

---

**Aufgabe 3**

**(6 Punkte)**

Seien  $Q, P$  zwei Gitterpolygone mit  $Q \subset \overset{\circ}{P}$ . Dann schließen die Ränder von  $P$  und  $Q$  eine Fläche  $P - Q$  ein (" $P - Q$  ist das Polygon  $P$  mit Loch  $Q$ "). Geben Sie ein Analogon der Formel von Pick für  $P - Q$  an. Beweisen Sie Ihre Vermutung. Verallgemeinern Sie Ihre Formel für "Polygone mit  $n$  Löchern  $Q_1, \dots, Q_n \subset P$ ", wobei alle  $Q_i$  Gitterpolygone sind.

---

**Aufgabe 4**

**(4 Punkte)**

Sei  $\Delta := \text{conv}((0, 0), (a, 0), (0, b))$  wobei  $\text{ggT}(a, b) = 1$  und  $\text{Pyr}(\Delta)$  die Pyramide über  $\Delta$ , i.e.  $\text{Pyr}(\Delta) = \text{conv}((0, 0, 0), (a, 0, 0), (0, b, 0), (0, 0, 1)) \subset \mathbb{R}^3$ . Bestimmen Sie Erhart-Reihe  $\text{Ehrt}_{\text{Pyr}(\Delta)}(z)$ .

---

**Abgabe via URM. Die Übungen finden immer Mittwochs 12-14, in S11.**