

Übungsblatt 10

Due on: Donnerstag, 16.01.2025, 10:00

Aufgabe 1

(4 Punkte)

Sei $S \subset \mathbb{R}^2$ ein Geradensegment von $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$ nach $(c, d) \in \mathbb{Z}^2$. Zeigen Sie:

$$\#(S \cap \mathbb{Z}^2) = \text{ggT}(c - a, d - b) + 1.$$

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel für eine Gerade in \mathbb{R}^2

- ohne Gitterpunkte.
 - mit genau einem Gitterpunkt.
 - mit unendliche vielen Gitterpunkten.
-

Aufgabe 3

(6 Punkte)

Sie wissen, dass ein Polynom $f_1 = a + bx + cx^2$ eine doppelte Nullstelle hat genau dann, wenn $D_1(a, b, c) = b^2 - 4ac = 0$. Sie dürfen verwenden, dass ein Polynom $f_2 = a + bx + cx^2 + dx^3$ eine doppelte Nullstelle hat genau dann, wenn

$$D_2(a, b, c, d) = b^2c^2 - 4ac^3 - 4b^3d + 18abcd - 27a^2d^2 = 0.$$

Vergleichen Sie die Newtonpolytope von D_1 bzw. D_2 mit den Sekundärpolytopen der Newtonpolytope von f_1 bzw. f_2 . Was können Sie für die Normalenfächer der Newtonpolytope von D_1 bzw. D_2 und die jeweiligen Sekundärfächer folgern?

Aufgabe 4

(6 Punkte)

Sei $\Delta := \text{conv}((0, 0), (a, 0), (0, b))$ wobei $\text{ggT}(a, b) = 1$. Bestimmen Sie $L_\Delta(t) := \#(t \cdot \Delta \cap \mathbb{Z}^2)$.

Abgabe via URM. Die Übungen finden immer Mittwochs 12-14, in S11.