1. Seien $P_1 = 1, P_2 = 2, P_3 = i, P_4 = 2i, Q_1 = 0, Q_2 = \infty, Q_3 = 1 + i, Q_4 = i$ Punkte in $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$. Zeigen Sie, dass es keine projektive Transformation $f : \mathbb{P}^1(\mathbb{C}) \to \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ mit $f(P_i) = Q_i$ gibt.

2. Seien $P = [1, 0, 0, 1], Q = [1, 1, 0, 0], R = [0, -1, 0, 1] \in \mathbb{P}^3(\mathbb{Q})$. Die Punkte spannen einen Unterraum L auf. Finden Sie minimale Gleichungen für L und seine Dimension.

3. Sei $L = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}$ und $H = \{x \in \mathbb{R}^4 : x_1 - x_2 = 2, x_3 + x_4 = -1\}$. Finden Sie den Abstand von L und H.

4. Betrachte folgende Punkte in $\mathbb{R}^3$:
$$P_1 = (1, 0, 0), P_2 = (3, 1, 0), P_3 = (1, 2, 1)$$
$$Q_1 = (0, 1, 0), Q_2 = (1, 3, 0), Q_3 = (0, 3, 1).$$
Beweisen Sie, dass es keine Isometrie in $\mathrm{Isom}(\mathbb{R}^3)$ mit $f(P_i) = Q_i$ gibt.

5. Betrachte folgende Geraden in $\mathbb{P}^2(\mathbb{Q})$: $L = \{x_1 - x_0 = 0\}, M = \{x_0 + x_1 + x_2 = 0\}$. Finden Sie eine projektive Transformation $f : \mathbb{P}^2(\mathbb{Q}) \to \mathbb{P}^2(\mathbb{Q})$ mit $f(L) = M$.

6. Sei $L = \{a_0x_0 + a_1x_0 + a_2x_2 = 0\}$ eine Gerade in $\mathbb{P}^2(\mathbb{Q})$ und enthalte die Menge $\{b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 = b'_0x_0 + b'_1x_1 + b'_2x_2 = 0\}$ genau einen Punkt P. Beweisen Sie, dass $P \in L$ genau dann gilt, wenn
$$\det \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ b_0 & b_1 & b_2 \\ b'_0 & b'_1 & b'_2 \end{pmatrix} = 0.$$