UNIVERSITÄT TÜBINGEN Hannah Markwig
FACHBEREICH MATHEMATIK Lou-Jean Cobigo

Übungen zur Vorlesung Multilineare Algebra

Sommersemester 2024

Blatt 6 Abgabetermin: Montag, 15.07.2024, 10:00 Uhr

Aufgabe 1 (4+4=8 Punkte)

Sei $\mathbb{K}$ ein Körper und $r, n \in \mathbb{N}$. Es bezeichne $B := (e_i, i = 1, ..., n)$ die Standardbasis des $\mathbb{K}^n$ und $B' := (e_{i_1 \dots i_r} := e_{i_1} \wedge ... \wedge e_{i_r}, 1 \leqslant i_1 < .... < i_r \leqslant n)$ die Basis von $\bigwedge^r K^n$.

(a) Sei $r = 2$, $n = 4$,

$$y_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } y_2 := \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Darstellung von $y_1 \wedge y_2 \in \bigwedge^2 K^4$ bezüglich B'.

(b) Sei $r = 2$, $n = 3$ und

$$f : \mathbb{K}^3 \to \mathbb{K}^3, x \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} x.$$

Bestimmen Sie ${}_{B'}M_{B'}(\bigwedge^2 f)$.

Aufgabe 2* (4* Punkte)

Seien $G := \{(t : 1 : 1 : 2) \mid (t : 1) \in \mathbb{P}^1_{\mathbb{R}}\}$ und $E := \{(r : s : 1 : s) \mid (r : s : 1) \in \mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}\}$ Teilmengen von $\mathbb{P}^3_{\mathbb{R}}$. Überlegen Sie sich, dass $G \cap E$ nichtleer ist und bestimmen Sie alle Punkte in $G \cap E$.

(*Hinweis: $(t : 1) \in \mathbb{P}^1_{\mathbb{R}}, (r : s : 1) \in \mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$ bedeutet, dass Sie Grenzwerte für $t \to \infty$ und für $r \to \infty$ (bzw. $s \to \infty$) für $s \in \mathbb{R}$ (bzw. $r \in \mathbb{R}$) in den Karten von $\mathbb{P}^3_{\mathbb{R}}$ bilden können, falls dabei keine Koordinate eines Punktes in einer Karte unendlich groß wird.*)

Die Abgabe der Übungsblätter erfolgt online über URM. Das Repetitorium findet zweiwöchentlichs freitags von 10-12 Uhr im Hörsaal N16 statt.