

Die Mehrheit bringt der Mathematik Gefühle entgegen, wie sie nach Aristoteles durch die Tragödie geweckt werden sollen, nämlich Mitleid und Furcht. Mitleid mit denen, die sich mit der Mathematik plagen müssen, und Furcht: dass man selbst einmal in diese gefährliche Lage geraten könne.

-PAUL EPSTEIN (1883 – 1966)

Nur wenn man nicht auf den Nutzen nach außen sieht, sondern in der Mathematik selbst auf das Verhältnis der unbenutzten Teile, bemerkt man das andere und eigentliche Gesicht dieser Wissenschaft. Es ist nicht zweckbedacht, sondern unökonomisch und leidenschaftlich. (...) Die Mathematik ist Tapferkeitsluxus der reinen Ratio, einer der wenigen, die es heute gibt.

-ROBERT MUSIL (1880 – 1942)



Redaktion:

Robert Meyer

rmeyer@uos.de

Johannes Winkler

Johannes.Winckler@web.de

Johannes Camin

Johannes.Camin@gmx.de

Besonderen Dank an:

Silvia Becher,
Sarah Orzowski,
Dominikus Krüger



Organisatoren:

Britta Dorn

britta.dorn@uni-ulm.de

Markus Haase

m.h.a.haase@tudelft.nl

Michael Korey

Michael.Korey@skd.museum

Rainer Nagel

rana@fa.uni-tuebingen.de

Gregor Nickel

nickel@mathematik.uni-siegen.de

Markus Wacker

wacker@informatik.htw-dresden.de



Das Romseminar 2012



Inhaltsverzeichnis

Vorwort	7
Poster & Programm	9
KI und Emotionen ROBERT MEYER	13
Ist Liebe berechenbar? VANESSA SEIFERT, SABINE TROGUS	33
Sind Informatiker fotogen? JONAS BRUSCHKE	39
Origami JOHANNES CAMIN	49
Die Kontinuumshypothese DANIEL KÖNIG, DANIEL SCHMITZ	61
Macht und Unmacht von Zahlen RETHA HEYMANN	69
Voll Sozial? DANIEL BOLDT	77
Zahlensymbolik LAURA INGOLD, SARAH ORZLOWSKI	85
Wissen? Fiktion? - Die vierte Dimension! JENS BADEKE	91
Mathematik empfinden BÜRÜCE NAYIR	99
Espressivo JOHANNES WINCKLER	107

- Zwischen Mathematik und Leidenschaft** 115
JULIA HARLE, LEONARD KONRAD, DANIEL SCHMITZ, JOHANNES WICKLER
- Eine satirische Auseinandersetzung mit unseren Wegen zur Mathematik** 123
NATALIE SCHMÜCKER, RICHARD PIETSCH
- Vier bei Mir(iam): Sofia, Alexandre, Donald, Grischa** 129
MARTIN ADLER, MIRIAM BOMBIERI, SILVIA BECHER
PANAGIOTIS KONSTANTIS, DOMINIKUS KRÜGER

Vorwort

Auch wenn die Definitionen, Theoreme und Beweise der Mathematik oder die Programme der Informatik auf den ersten Blick abstrakt und nüchtern wirken, so sind sie doch auf verschiedenste Weise mit Emotionen verbunden. Das Themenspektrum des Romseminars zeigt dies exemplarisch, zum Beispiel an folgenden Aspekten:

- Freude an mathematischer Schönheit und die Faszination mathematischer Denkmöglichkeiten,
- Leidenschaftliche Mathematiker und ihre Obsessionen,
- Faszination von Zahlenmystik und -magie,
- Gefühle gegenüber Mathematik und Informatik im Spiegel von Literatur und Film,
- Versuche zur mathematischen Beschreibung von Emotionen,
- Künstliche Intelligenz und Emotionalität.

Im Jahr 2012 wurde das Romseminar bereits zum sechsten Mal in Kooperation der Hochschulen in Dresden, Siegen und Tübingen veranstaltet. Ein Nachtreffen im Elb-Florenz Dresden rundete die Woche in der Tiber-Stadt ab.

Ein herzlicher Dank gilt Frau PROF. DR. LAURA MARTIGNON für einen fulminanten Vortrag zur Rolle der Emotionalität für die Schulmathematik, Herrn Rektor DR. HANS PETER FISCHER für eine Führung hinter Vatikanische Mauern auf den *Campo Santo Teutonico*, BR. GUY CONSOLMAGNO für eine astronomisch kundige Führung zum *Turm der Winde* im Vatikan, Herrn DR. JOACHIM BLÜHER für eine wie stets eindrucksvolle Präsentation der *Villa Massimo* und des in ihr wehenden künstlerischen Geistes, Herrn PROF. DR. ELMAR SALMANN für seine nachdenkenswertem „Kreativen Passionsgeschichten zwischen Theologie, Philosophie und Mystik“ sowie Herrn PROF. DR. KLAUS FREYBERGER für eine hochinteressante Führung rund um das Zentrum des Zentrums der Welt, das Kapitol, mit der das Romseminar einen würdigen Ausklang fand.

Das Romseminar durfte im Jahr 2012 die Gastfreundschaft unterschiedlichster Römischer Institutionen genießen und auch auf diese Weise verschiedene Facetten der Stadt erkunden. Im einzelnen gilt unser herzlicher Dank dem *Deutschen Archäologischen Institut*, dem *Päpstlichen Ateneum S. Anselmo*, der *Deutschen Kunstakademie Villa Massimo* und schließlich dem *Istituto Italiano di Studi Germanici (Villa Sciarra)*.

Für die finanzielle Unterstützung danken wir schließlich dem DAAD, der Universität Siegen, dem Universitätsbund in Tübingen sowie dem Akademischen Auslandsamt der HTW Dresden.

Rainer Nagel
Universität Tübingen

Gregor Nickel
Universität Siegen

Markus Wacker
HTW Dresden



ROMSEMINAR 2012

4. - 11. März

LEIDENSCHAFT
MATHEMATIK-

EMOTIONEN

AVERSIONEN

OBSESSIONEN



Rainer Nagel
(Tübingen)



Britta Dorn
(Ulm)



Markus Wacker
(Dresden)



Markus Haase
(Delft)



Michael Korey
(Dresden)



Gregor Nickel
(Siegen)



Romseminar 2012

Leiden schaf(f)t Mathematik

Emotionen, Aversionen, Obsessionen

4. März bis 11. März 2012

„Nur wenn man nicht auf den Nutzen nach außen sieht, sondern in der Mathematik selbst auf das Verhältnis der unbenutzten Teile, bemerkt man das andere und eigentliche Gesicht dieser Wissenschaft. Es ist nicht zweckbedacht, sondern unökonomisch und leidenschaftlich. (...) Die Mathematik ist Tapferkeitsluxus der reinen Ratio, einer der wenigen, die es heute gibt.“

ROBERT MUSIL (1880-1942)

Programm

Sonntag, 4. März 2012

Ankunft in Rom, Bezug der Unterkunft, Kennenlernen beim Pizzaessen

Montag, 5. März 2012 – Deutsches Archäologisches Institut / Baffetto

9³⁰ Begrüßung, Vorstellungsrunde

10³⁰ **Robert Meyer:** *KI und Emotionen – Eine kurze Reise durch die Philosophie und Modellierung des Geistes*

11³⁰ **Vanessa Seifert, Sabine Trogus:** *Ist Liebe berechenbar?*

13⁰⁰ MITTAGSPAUSE

14⁰⁰ **Jonas Brusckke:** *Sind Informatiker fotogen? – Computer und Informatiker in Filmen*

15⁰⁰ **Johannes Camin:** *Wer hat die schönsten Falten?*

16⁰⁰ **Prof. Dr. Laura Martignon:** *Eine Modellierung der Emotionen in Bezug auf Mathematik in der Schule*

19⁰⁰ Cena (Pizzeria Da Baffetto, Via del Governo Vecchio 114, Roma)

Dienstag, 6. März 2012 – Pontificio Ateneo S. Anselmo

9³⁰ **Daniel König, Daniel Schmitz:** *Die Kontinuumshypothese – Vom Scheitern am Unlösbaren: Mathematische Obsessionen Georg Cantors und Kurt Gödels*

11⁰⁰ **Retha Heymann:** *Macht und Unmacht von Zahlen*

12⁰⁰ **Daniel Boldt:** *Voll sozial? – Kommunikation im Internet*

13⁰⁰ **Dr. Michael Korey:** *Fasten, Feiern und 1500 Jahre Gremienarbeit – Eine kurze Einführung in die Osterberechnung*

13³⁰

MITTAGSPAUSE

17⁰⁰ **Prof. Dr. Elmar Salmann:** *Kreative Passionsgeschichten zwischen Theologie, Philosophie und Mystik*

Mittwoch, 7. März 2012 – Il Rosario / Campo Santo Teutonico / Vatikan

9⁰⁰ **Laura Ingold, Sarah Orzowski:** *Zahlensymbolik – A Magical History Tour*

10³⁰ **Jens Badeke:** *Wissen? Fiktion? – Die vierte Dimension!*

11³⁰

MITTAGSPAUSE

12³⁰ **Dr. Hans Peter Fischer:** *Der Campo Santo Teutonico* (Führung)

14⁰⁰ **Br. Guy Consolmago:** *Der Turm der Winde im Vatikan* (Führung)

Treffpunkt: 13⁴⁵ am in der Karte (vgl. Adressliste) verzeichneten Eingang in den Vatikan

Donnerstag, 8. März 2012 – Villa Massimo / Il Rosario

9³⁰ **Dr. Joachim Blüher:** *Die Villa Massimo* (Führung)

10³⁰ **Bürüce Nayir:** *Mathematik empfinden – Die literarische Entfaltung bei Robert Musil und Thomas Mann*

11³⁰ **Johannes Winckler:** *Espressivo – Gibt es Musik ohne Emotion?*

12³⁰ Musikalische Unterhaltung

Julia Harle, Leonard Konrad, Daniel Schmitz, Johannes Winkler konzertierend

13³⁰

MITTAGSPAUSE

20⁰⁰ Literarische Soirée

Richard Pietsch, Natalie Schmücker: *Unsere Wege zur Mathematik – Warum man die Dinge, die man am meisten hasst, auch lieben kann*

Markus Haase, Michael Korey, Gregor Nickel, Markus Wacker rezitierend

Freitag, 9. März 2012 – Villa Sciarra / Da Tony

9³⁰ **Martin Adler, Silvia Becher, Miriam Bombieri, Panagiotis Konstantis, Dominikus Krüger:** *Vier bei Mir(iam) – Mathe in viererlei Gestalt(en): Sonja, Alexandre, Grischa, Donald*

11³⁰ Abschlussgespräch

13⁰⁰

MITTAGSPAUSE

20⁰⁰ Cena sociale (Hostaria del Moro „Da Tony“, Vicolo del Cinque 35-37, Trastevere, Roma)

Samstag, 10. März 2012

10⁰⁰ **Prof. Dr. Klaus Freyberger:** *Die Kaiserforen* (Führung)

Treffpunkt: Statue Mark Aurels

Sonntag, 11. März 2012

Abreise



KI und Emotionen

—

Eine kurze Reise durch die Philosophie und Modellierung des Geistes

ROBERT MEYER

Einführung

Können Computer denken und empfinden? Eine Antwort auf diese Frage zu finden ist schwierig. Zwar könnte man sie mit Hinblick auf den heutigen Stand der Technik verneinen, doch prinzipiell lässt sie sich nicht eindeutig beantworten. Diese Schwierigkeit hat durchaus einen Grund, denn diese Frage ist tief verwurzelt in einem lang bestehenden Problem der Philosophie des Geistes, dem sogenannten *Leib-Seele-Problem*, also der Frage nach dem Verhältnis zwischen *mentalen* und *physischen* Zuständen. Klare Definitionen von beiden Typen von Zuständen zu geben ist verzwickelt, aber man kann versuchen sich einen Begriff davon zu machen, wenn man sich vor Augen führt, was damit in Verbindung gebracht wird. In die erste Kategorie fallen Begriffe wie unser Bewusstsein, unsere Emotionen, die Psyche, die Seele oder der Geist. Die zweite Gruppe lässt sich mit unserem Körper, unserm Organismus, unserm Gehirn oder der materiellen physikalischen Welt im Allgemeinen umreißen.

Wenn man also die Frage beantworten möchte, ob Computer in der Lage sein können zu denken oder zu empfinden wie wir Menschen, dann muss man sich mit eben jenem Verhältnis von mentalen und physischen Zuständen befassen. Ein Computer ist zweifelsohne ein Objekt unserer physikalischen Welt und demnach ist es wichtig zu fragen, ob ein solches Objekt zu einem geistigen Seelenleben fähig sein kann, oder ob die physikalische und die mentale Welt so qualitativ unterschiedlich sind, dass dieses Unterfangen zwangsläufig zum Scheitern verurteilt ist.

Im folgenden wollen wir uns mit verschiedenen Standpunkten und philosophischen Anschauungen zum Leib-Seele-Problem beschäftigen. Von diesen Standpunkten wollen wir einige genauer untersuchen und herausfinden welchen Einfluss sie auf die *künstliche Intelligenz (KI)* haben, also auf die Wissenschaft, die sich eben mit der Konstruktion intelligenter Computer und Systeme beschäftigt. Ein Schwerpunkt soll dabei auf die Modellierung von Emotionen gelegt werden. Nun sei gesagt, dass es tatsächlich sehr, sehr viele Spielarten und Varianten der philosophischen Anschauungen gibt, die wir betrachten werden. Diese im Detail auszuleuchten kann Stoff für unzählige Doktorarbeiten bieten, deshalb werden nur eininige ausgewählte und markante Richtungen besprochen und auch diese können leider im Rahmen dieses Textes nur sehr grob skizziert werden.

Dualismus und Physikalismus

Zu Anfang werden die wohl beiden extremen Positionen zum Leib-Seele-Problem aufgegriffen. Auf der einen Seite steht der Dualismus, der postuliert, dass mentale und physische Zustände zwei unabhängige Entitäten sind, und auf der anderen Seite der Physikalismus mit der Ansicht, dass mentale Zustände sich qualitativ nicht von physischen unterscheiden, sondern sogar ein und dasselbe sind.

Der **Dualismus** ist wohl der älteste Standpunkt, den die (westliche) Philosophie des Geistes zu bieten hat. Schon die alten Griechen waren überzeugt, dass Körper und Geist strikt zu trennen sind. So lässt **Platon** (424/423-348/347 v.Chr.) in seinem Buch *Phaidon* Sokrates erläutern (vgl. [HLG95]):

Die Seele des Menschen ist unsterblich und hat vor der Geburt alles geschaut, was zu schauen ist. Wenn wir etwas erkennen, ruft unsere Seele sich zurück, was sie früher erblickt hat.

So existiert die Seele unabhängig vom Körper, ja sie war schon vor ihm da und wird auch nach dem Tod weiter Bestand haben. Die mentale Welt geht also über die physische hinaus und ist von dieser qualitativ verschieden. Einen ähnlichen Standpunkt findet man auch später bei **René Descartes** (1596-1650), der ausdrücklich die mentalen Substanz, *res cogitans*, von der physischen Substanz, *res extensa*, differenziert. Der Dualismus bietet jedoch keine besonders gute Grundlage für die künstliche Intelligenz.¹ Wenn die geistige und physische Welt unterschiedliche Entitäten darstellen, so ist das Unterfangen mithilfe von Objekten der physischen Welt, also Computern, geistige Zustände zu erzeugen von vornherein zum Scheitern verurteilt.

Der **Physikalismus** bietet das Gegenstück zum Dualismus. Hier ist, um das etwas salopp zu formulieren, alles Physik. Das heißt, mentale Zustände lassen sich eben als Phänomene der physischen Welt erklären und beschreiben. Eine solche Ansicht vertrat zum Beispiel auch **Rudolf Carnap** (1891-1970), der vor allem den Begriff des *semantischen Physikalismus* geprägt hat. Demzufolge lässt sich jede mentale Zustandsbeschreibung in die Sprache der Physik umformulieren. Oder anders, es lässt sich alles auf das Verhalten von Elementarteilchen zurückführen.² Folglich gilt, falls jemand sagt, „ich bin glücklich,“ dann bedeutet dies, „meine Moleküle befinden sich in der und der speziellen Anordnung.“

Im Hinblick auf die KI bietet der Physikalismus schon eine Alternative zum Dualismus, da hier die physische und die mentale Welt ein und dasselbe sind. Ergo kann man auch mit physikalischen Mitteln mentale Zustände erzeugen, also auch potentiell Computer mit menschlichen Empfindungen ausstatten. Dennoch hat insbesondere der semantische Physikalismus einen großen Nachteil, er ist außerordentlich reduktionistisch. Die den mentalen Zuständen zugrunde liegenden Prozesse sind jedoch vermutlich zu komplex, um sie auf der Ebene von Elementarteilchen zu beschreiben. Es ist zweifelhaft, ob man mit dem Wissen über die Funktion von Transistoren - wobei dann hier die Transistoren die Elementarteilchen der heutigen Computer darstellen - oder sogar mit dem Wissen über das Verhalten einzelner Elektronen auf Transistoren komplexe Systeme erschaffen und verstehen kann, die dem menschlichen Gehirn ebenbürtig sind.

¹Man kann aber am Rande erwähnen, dass der künstlichen Intelligenz häufiger vorgeworfen wird, dass sie, ohne es selbst zu wollen, dualistisch sei, beispielsweise durch die Unterscheidung von Hard- und Software und die oft benutzte Analogie von Hard- und Software zu Körper und Geist.

²Dass die Physik immer neue und noch *kleinere* Teilchen findet, soll hier einmal ignoriert werden.

Behaviorismus und Funktionalismus

Der Behaviorismus hat seine Grundlagen in der Verhaltensforschung. Das beobachtbare Verhalten und die Reaktionen des Individuums auf Stimuli stehen im Vordergrund. Denn Verhalten lässt sich beschreiben, experimentell beeinflussen und liefert verlässliche Daten. Der Organismus des Individuums aber wird zur Black Box erklärt, der Frage nach dem Verhältnis von Körper und Geist wird so ausgewichen oder zumindest pragmatisch begegnet.

Ein bekannter Vertreter des sogenannten *analytischen Behaviorismus* war **Gilbert Ryle** (1900-1976). Dem analytischen Behaviorismus zufolge sind mentale Zustände nichts anderes als behavioristische Dispositionen. Beispielsweise ist Fröhlichkeit die Disposition zu Lächeln und nettem Auftreten. Wenn man über den Geist spricht, so meint man tatsächlich nur das beobachtbare Verhalten des Körpers. Folgt man dem analytischen Behaviorismus so bedeutet die Aussage „Arthur ist wütend“ in Wahrheit, dass Arthur sich etwa wie folgt verhält: Sein Gesicht ist rot, er schwingt die Faust oder er schreit, etc.

Einen ähnlichen Standpunkt nimmt der **Funktionalismus** ein, wie ihn beispielsweise **Hillary Putnam** (*1926) vertreten hat. Der Black Box Charakter des Organismus wird aber abgelehnt, vielmehr wird der Körper als *Hardware* zur Erzeugung mentaler Zustände charakterisiert. Denn mentale Zustände sind in Wahrheit funktionale Zustände. Während der Behaviorismus nur am Input (Stimulus) und am Output (Verhalten) interessiert ist, so erklärt der Funktionalismus die mentalen Zustände zu Schaltstellen oder Mediatoren zwischen Input und Output. Die mentalen Zustände erfüllen eine bestimmte Funktion um notwendiges Verhalten einzuleiten. Als Beispiel nehme man an, dass eine Maus eine Katze erblickt. Dieser Stimulus führt zum mentalen Zustand *Furcht* und dieser wiederum initiiert ein Fluchtverhalten der Maus.

Ein weiterer zentraler Punkt des Funktionalismus ist außerdem die sogenannte *Multiple Realizability*, d.h. es gibt verschiedene Möglichkeiten ein und denselben funktionellen Zustand zu produzieren. Man denke an eine Mausefalle, deren Funktion das Töten einer Maus ist. Die Falle lässt sich sowohl aus Holz als auch aus Stahl konstruieren, aber auch mit vergiftetem Käse realisieren.

Eben jene Multiple Realizability ist dankend von der KI aufgenommen worden, da sie offensichtlich impliziert, dass sich menschliche mentale Zustände potentiell nicht nur mit dem Gehirn und dem menschlichen Organismus sondern auch mit Computern erzeugen lassen können. Diese Idee, dass hinreichend komplexe Maschinen mit hinreichend komplexen Programmen mentale Zustände produzieren und so Computer Emotionen, Vorstellungen und Wünsche entwickeln, wird auch **Strong Artificial Intelligence (Strong AI)** genannt. Doch welche Einflüsse hat diese Idee der Strong AI auf die Modellierung von Emotionen in der KI?

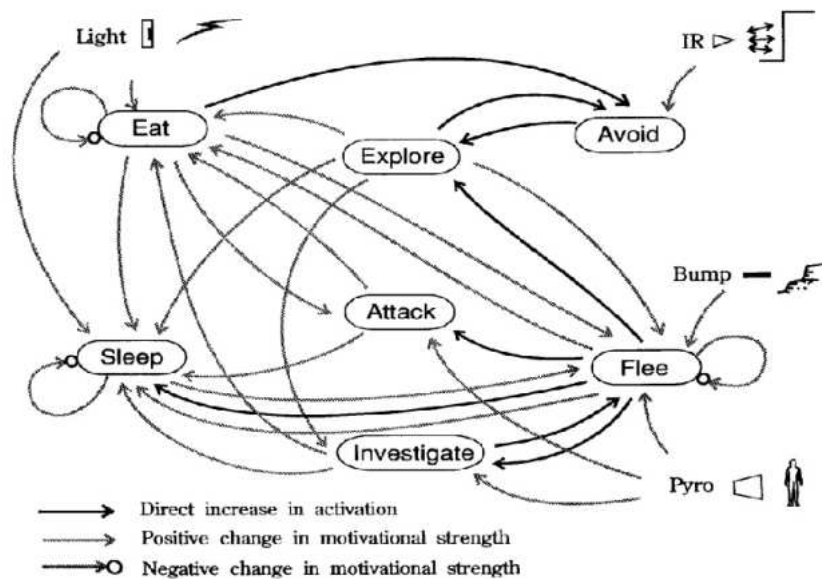


Abbildung 1: Graphische Darstellung der Dynamik von funktionellen Zuständen, die zugehörigen Aktion sind in den Knoten zu sehen, Bild aus [GU93].

KI und funktionale Emotion

Die Vorstellungen der Strong AI lagen vornehmlich in den 90er Jahren des letzten Jahrhunderts im Trend und haben zuweilen merkwürdige Blüten getragen, wie an einem Beispiel von Gomi und Ulvr [GU93] demonstriert werden soll. Zu der Zeit wurde darüber nachgedacht Emotionen in Steuerungseinheiten einzubetten: Roboter, die solche Steuerungseinheiten besitzen, wählen Aktionen und bestimmen ihr Verhalten mithilfe von emotionalem Feedback. Da die Strong AI jedoch stark durch den Funktionalismus geprägt ist, darf man sich unter solchen Emotionen keinesfalls die Qualitäten menschlicher Empfindungen vorstellen, denn Emotionen werden einfach zu Maschinenzuständen und Vermittlern zwischen den Inputs and Outputs definiert. Das Gefühl *Furcht* zum Beispiel initiiert - wie zuvor bei der Maus - lediglich ein Fluchtverhalten, somit wird die Furcht zu einem vom Programmierer gewählten Label für einen bestimmten Maschinenzustand.

Ebenso verhält es sich mit anderen Emotionen in [GU93]. Kleinere Roboter mit Elektromotoren und Rollen zur Fortbewegung und einigen Bewegungs- und Entfernungssensoren sind mit solchem emotionalen Feedback ausgestattet worden. Der jeweilige emotionale Zustand wird durch bestimmte Stimuli und Reize der Sensoren hervorgerufen. Beispielsweise wird der Roboter bei einem sich schnell nähernden Objekt, etwa einem auf den Roboter zulaufenden Menschen, in den Zustand *Furcht* versetzt. Der emotionale Zustand wiederum bestimmt das Verhalten des Roboters. *Neugier* führt zu einem forsch explo-



Abbildung 2: Skizzierung des Chinese Room Experiments, Bild aus Wikipedia.

rierenden Roboter, *Furcht und Aggression* zu ausgeprägten schnellen Fluchtbewegungen, *Furcht und Schüchternheit* zum Verstecken hinter statischen Objekten, und so weiter. Ein Charakteristikum dieser Strong AI sind vor allem gerichtete Graphen zur Verdeutlichung der Dynamik der Zustände. Abbildung 1 zeigt den Fluss von diversen emotionalen Zuständen und das dazugehörige Verhalten.

Diese Ansichten der Strong AI und die Vorstellungen einer funktionalen Emotion waren aber nicht nur eine Randerscheinung, sondern sehr weit verbreitet, wie beispielsweise dieses Zitat aus der Robotics Research Group vom MIT [Vel98] verdeutlicht:

Like many others, we view emotions as biological functions of the nervous system that have been conserved throughout evolution, and which are necessary for satisfying basic conditions that are crucial to survival.

Die radikalen und wahrscheinlich auch etwas naiven Ansichten der Strong AI haben viel Kritik nach sich gezogen, wie im folgenden kurz erläutert wird.

Kritik an der Strong AI und der funktionalen Emotion

Ein Vorwurf, dem sich die Strong AI immer wieder stellen muss, ist, dass mentale Zustände, und insbesondere Emotionen, ihre subjektiven qualitativen Eigenschaften verlieren und die Reduktion auf funktionale Zustände lediglich eine syntaktische Manipulation von Computerbefehlen und Symbolen bedeutet. Jedoch folgt aus Symbolmanipulation kein semantisches Verständnis. Funktionale Maschinen, wie oben beschrieben, entwickeln keine Intentionalität, ihnen fehlt jedwede bewusste Erfahrung, während ihre funktionalen Zustände zwischen den Inputs und Outputs vermitteln.



Abbildung 3: Darstellung der schwarz-weißen Mary in ihrer Kammer und der ihr vorerst vorenthaltenen Farbenpracht, Bild aus http://www.enotes.com/topic/Mary%27s_room.

Das bekannte Gedankenexperiment **The Chinese Room** von **John Searle** [Sea80] verdeutlicht diese Kritik (vgl. Abbildung 2). Man denke sich einen abgeschlossenen Raum, durch einen Schlitz werden Zettel mit Geschichten auf Chinesisch in den Raum gereicht. Im Raum befindet sich ein Mann, der aber nicht in der Lage ist Chinesisch zu verstehen. Darüber hinaus erhält der Mann Zettel mit chinesischen Schriftzeichen, auf denen Fragen zu den Geschichten stehen, und er soll diese Fragen auf Chinesisch beantworten. Um dies zu bewerkstelligen besitzt der Mann mehrere Skripte mit chinesischen Zeichen und Anleitungen wie mit diesen Zeichen Sätze in Abhängigkeit von den Geschichten und den Fragen zu bilden sind. So kann er die Fragen beantworten und für einen äußeren chinesischsprachigen Beobachter hat es den Anschein, als ob der Raum, der mit Zetteln gefüttert wird, Chinesisch sprechen und die Fragen korrekt beantworten kann. Nun ist dies aber nur scheinbar der Fall, denn eigentlich hat weder der Mann, noch der Raum, noch das gesamte System ein Verständnis der Sprache entwickelt, da nur Symbole manipuliert werden. Die Benutzung der chinesischen Sprache ist hierbei also qualitativ verschieden zu der eines Menschen, der chinesisch spricht, da dieser eine intentionale Vorstellung, also ein Verständnis der Texte beim Lesen der Zettel bekommt und erfassen kann worum es eigentlich in den Geschichten geht.

Das Fehlen solcher Intentionalität und das Fehlen subjektiver qualitativer Eigenschaften bei funktionaler KI wird auch in dem Gedankenexperiment von **Frank Jackson** [Jac82] betrachtet, das **Mary's Room** Experiment genannt wird (siehe Abbildung 3). Mary lebt in einer kleinen schwarz-weißen Kammer, die sie vorläufig nicht verlassen kann, auch sie selbst ist schwarz-weiß, jedoch durchaus in der Lage potentiell Farben mit ihren Augen und ihrem Gehirn wahrzunehmen. Nun darf sie mithilfe von Büchern und einem Schwarz-Weiß-Bildschirm Informationen über die Farbwahrnehmung in Erfahrung bringen. Hierbei hat sie Zugang zu allen möglichen Information, von den unterschiedlichen

Wellenlängen der einzelnen Farben über die Anregung der Stäbchen und Zapfen auf der Netzhaut bis zur Informationsverarbeitung im visuellen Kortex und darüberhinaus. Die entscheidende Frage ist, ob Mary, wenn sie eines Tages aus der Kammer entlassen wird und die echte Welt erblickt, eine völlig neue Erfahrung macht. Wird eine rote Rose in ihr einen neuen Eindruck erwecken, obwohl sie eigentlich alles bereits darüber wissen müsste?

Falls die Antwort *Ja* lautet, wovon Frank Jackson ausging, dann bedeutet dies die Existenz von phänomenalen, qualitativen und subjektiven Eigenschaften, die nicht alleine auf der physikalischen Ebene beschrieben werden können, sondern bewusst erlebt werden müssen. Diese Eigenschaften nannte Jackson *Qualia*. Die funktionale KI besitzt jedoch keine Qualia, ein Stimulus führt zu einem internen Zustandswechsel, aber nicht zu einer bewussten Erfahrung.

Die Strong AI muss sich also eine Menge Kritik gefallen lassen. Wir wollen uns deshalb zum Abschluss im nächsten Abschnitt einer neuen Form der KI und der Modellierung zuwenden, die heutzutage besonders populär und sehr vielversprechend ist.

Konnektionismus

Der **Konnektionismus** ist eigentlich keine philosophische Weltanschauung im klassischen Sinne, sondern vielmehr eine wissenschaftliche Betrachtungsweise, die ihre Ursprünge in der Komplexitätstheorie, der Analyse dynamischer Systeme, der Systembiologie und vor allem der Neurowissenschaft hat. Wie der Teil *Konnektion* des Namens suggeriert, stehen Netzwerke im Vordergrund und die Interaktion und Vernetzung vielerlei Elemente. Die Idee hinter dem Konnektionismus ist, dass Dynamiken in Netzwerken zur sogenannten *Emergenz* führen. Es bilden sich qualitativ neue Eigenschaften auf der Makroebene des Systems, also des Netzwerkes, heraus infolge der Interaktion der Elemente. Diese neuen Eigenschaften lassen sich jedoch nicht durch isolierte Betrachtungen einzelner Elemente erklären. Etwas frei nach Aristoteles könnte man auch sagen, *das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile* (vgl. [SPT06]). Dabei spielt die Art des Netzwerkes kaum eine Rolle, das kann auf kleiner Ebene sein, sprich Gen- und Proteinregulierungsnetzwerke auf Zellebene, als auch die Interaktion von Menschen in Sozial- oder Gesellschaftsstrukturen. Insbesondere im Hinblick auf dieses Thema ist natürlich das Gehirn interessant, in dem die Interaktionen vieler Neuronen eben zu den emergenten Phänomenen unserer mentalen Zustände führen.

Eine solche Vorstellung hat auch **Marvin Minsky** [Min06] von Emotionen als emergente Phänomene des Gehirns. Er schreibt:

Each of our major "emotional states" results from turning certain resources on while turning certain others off - thus changing the way one's brain behaves.

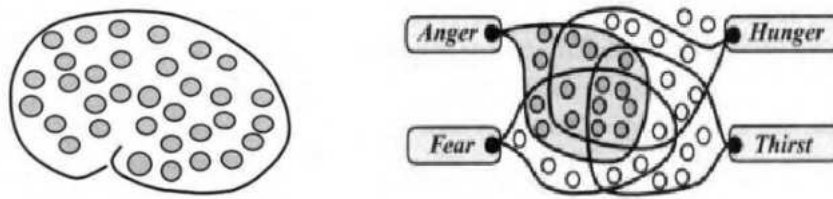


Abbildung 4: Skizzierung der verschiedenen Ressourcenverteilungen von Emotionen im Gehirn, Bild aus [Min06].

Emotionen sind also nichts anderes als spezielle Hirnzustände, die sich vor allem durch die Nutzung verschiedener Hirnressourcen auszeichnen, Abbildung 4 zeigt eine Skizze von Minskys Vorstellung. Da Marvin Minskys Hintergrund in der KI und nicht in der Neurowissenschaft liegt, ist er weniger präzise bezüglich der Definition solcher Ressourcen. Diese könnten Nervenzellencluster, strukturelle Komplexe oder spezifische Hirnprozesse sein.

Das Gehirn und die Nervenzellen

Dass Minskys Annahmen durchaus berechtigt sind, zeigt die Neurowissenschaft, die in den letzten 50 Jahren große Fortschritte erzielt hat. Das Gehirn, schematisch dargestellt in Abbildung 5, umfasst etwa 10^{11} Nervenzellen mit 10^{14} Verbindungen untereinander.

Und tatsächlich hat man über die Jahre verschiedene spezialisierte Hirnregionen finden können, einige (grobe) Beispiele sind:

- Parietallappen, Kleinhirn - Bewegungskoordination
- Broca und Wernicke Areal - Sprache
- Präfrontal Cortex - Höhere kognitive Fähigkeiten
- Limbisches System, Amygdala - Emotionen, Triebe
- Hippocampus - Erinnerungsformation
- Okzipetallappen - Sehsinn
- Hirnstamm - Herzkreislaufsystem

Das grundlegende Element des Gehirns ist die Nervenzelle, auch Neuron genannt, das in Abbildung 6 skizziert ist. Neuronen verarbeiten Information in Form von elektrischen Signalen, die durch das Gehirn übertragen werden. Solche Signale basieren auf dem Fluss von Ionen, geladenen Teilchen. Falls das Neuron gerade keine eingehende Information verarbeitet, wird ein bestimmtes Membranpotential, das sogenannte Ruhepotential, aufrecht erhalten, eine bestimmte Konzentration verschiedener Ionen innerhalb und außerhalb der Zelle mit einer Spannung von etwa -70mV . Wenn das Membranpotential vom

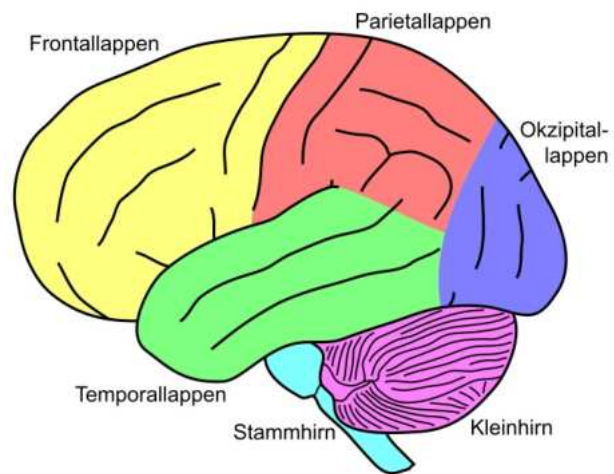


Abbildung 5: Schematische Darstellung des Gehirns im Profil, Bild aus Wikipedia.

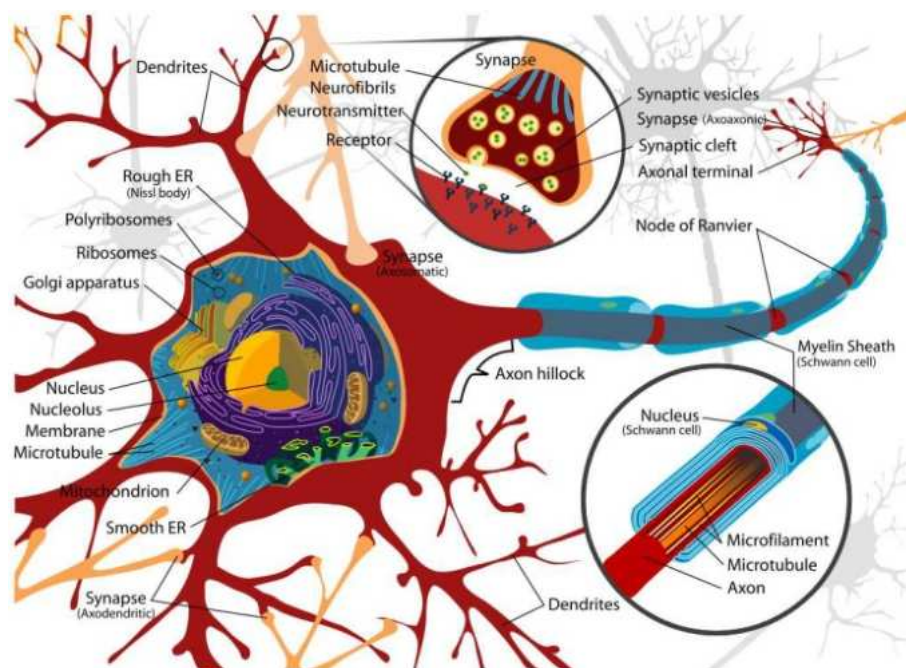


Abbildung 6: Schematische Darstellung einer Nervenzelle des Gehirns, Bild aus Wikipedia.

Ruhepotential an einer bestimmten Stelle, dem Axonenhügel, auf mehr als -50mV steigt, dann bildet die Zelle das sogenannte Aktionspotential. Die Ionenkanäle in der Zellwand öffnen sich rapide und der Einfluss von Natrium hebt das Potential schlagartig auf über 100mV . Man bedenke auch, dass das Aktionspotential eine Alles-oder-Nichts-Reaktion darstellt, denn nur wenn das Membranpotential mindestens -50mV erreicht feuert die Zelle, sie bildet ansonsten kein Aktionspotential. Die Stärke der Depolarisierung, also die Stärke der Anhebung des Membranpotentials, spiegelt sich in der Feuerungsfrequenz des Neurons wieder. Die elektrischen Signale werden dann durch das Axon, quasi durch das Verbindungskabel der Nervenzelle, weiterpropagiert und auf andere Zellen übertragen. Die sogenannte Refraktärzeit, eine sehr kurze Zeitspanne in der keine neuen Aktionspotentiale gebildet werden können, garantiert, dass die Signale nur in eine Richtung fließen. Das Axon endet an vielen sogenannten Synapsen, den Verbindungen zwischen einzelnen Nervenzellen. An den Synapsen befinden sich kleine Spalte. Wenn ein Aktionspotential eine Synapse erreicht, werden kleine Moleküle, sogenannte Neurotransmitter, in den Spalt ausgeschüttet. Diese Moleküle wiederum docken an die nachfolgende Zelle an und lösen dort eine biochemische Kaskade aus, die zur Öffnung von Ionenkanälen führt. So wird die nachfolgende Zelle stimuliert und Information weitergereicht. Die Synapsen bildet außerdem einen Bereich für Lern- und Adaptionseffekte. Durch Modulation der Stärke des Einflusses, den die Neurotransmitter auf die Stimulation der Folgezele haben, können Netzwerke lernen und beispielsweise neue Erinnerungen formen, vgl. [KSJ00].

Neuroinformatik und Computational Neuroscience

Die zuvor beschriebenen Prinzipien haben auch die KI begeistert, und man hat versucht die Informationsverarbeitung im Gehirn mathematisch zu beschreiben. Einer der ersten Versuche war das sogenannte *McCulloch and Pitts Neuron* von 1943, bzw. das ein wenig später entwickelte baugleiche *Perceptron* von Frank Rosenblatt. Das künstliche Neuron ist in Abbildung 7 dargestellt. Die Stimulation des Membranpotentials a wird mit dem Skalarprodukt zwischen Gewichtsvektor w und Inputvektor x und dem addieren eines Biasgewichtes w_0 formuliert:

$$a = \sum_{i=1}^n w_i x_i + w_0$$

Dabei ist w_i die Gewichtung der eingehenden Information vom vorherigen Neuron x_i von insgesamt n Inputneuronen und w_0 stellt den (negativen) Schwellenwert oder Bias dar, der erreicht werden muss, damit das Neuron feuert. Die Bildung eines Aktionspotentials wird durch die nicht-lineare Treppenfunktion $g(a)$ simuliert:

$$y = g(a)$$

$$g(a) = \begin{cases} 1 & \text{if } a > 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Beim Erreichen des Schwellenwerts feuert das Neuron, $y = 1$, andernfalls nicht, $y = 0$.

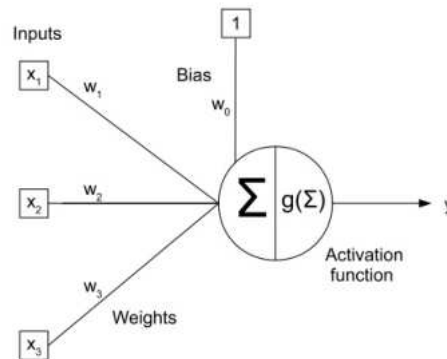


Abbildung 7: Visualisierung des McCulloch and Pitts Neurons. Das Skalarprodukt aus Inputvektor x und Gewichtsvektor w und ein zusätzliches Biasgewicht w_0 werden summiert. Die nicht-lineare Treppenfunktion g produziert bei ausreichender Aktivierung ein Aktionspotential $y = 1$.

Dieses Modell ist eine sehr einfache Abstraktion eines echten Neurons und begründete den Wissenschaftszweig der **Neuroinformatik**. Trotz oder eventuell auch gerade wegen seiner Einfachheit ist das Modell auch heute noch gebräuchlich, vor allem im Bereich des maschinellen Lernens. Wenn in $g(a)$ die Treppenfunktion durch eine differenzierbare Funktion ersetzt wird, kann man Netzwerke solcher Neuronen, auch Multi-Layer Perceptrons genannt, zur Klassifizierung und zur Approximation bzw. zum Fitten von kontinuierlichen Funktionen trainieren und verwenden, vgl. [Bis94].

Für die Modellierung und Simulation von Hirnprozessen, was auch **Computational Neuroscience** genannt wird, ist dieses Modell jedoch zu einfach gestaltet. Nur wenige Jahre später, 1952, haben **Alan Lloyd Hodgkin** und **Andrew Fielding Huxley** ein neues Modell mithilfe von Differentialgleichungen vorgeschlagen. Ihre Abstraktion basierte auf Experimenten mit Axonen von Riesentintenfischen, für die sie 1963 den Nobelpreis für Medizin verliehen bekamen. Die vier gekoppelten Gleichungen lauten:

$$C \frac{dV}{dt} = I - \overbrace{g_K n^4 (V - E_K)}^{I_K} - \overbrace{g_{Na} m^3 h (V - E_{Na})}^{I_{Na}} - \overbrace{g_L (V - E_L)}^{I_L}$$

$$\frac{dn}{dt} = (n_\infty(V) - n) / \tau_n(V)$$

$$\frac{dm}{dt} = (m_\infty(V) - m) / \tau_m(V)$$

$$\frac{dh}{dt} = (h_\infty(V) - h) / \tau_h(V)$$

Diese Gleichungen im einzelnen aufzuschlüsseln geht über diesen Text weit hinaus, aber es sei soviel gesagt, dass $\frac{dV}{dt}$ die zeitliche Veränderung des Membranpotentials beschreibt

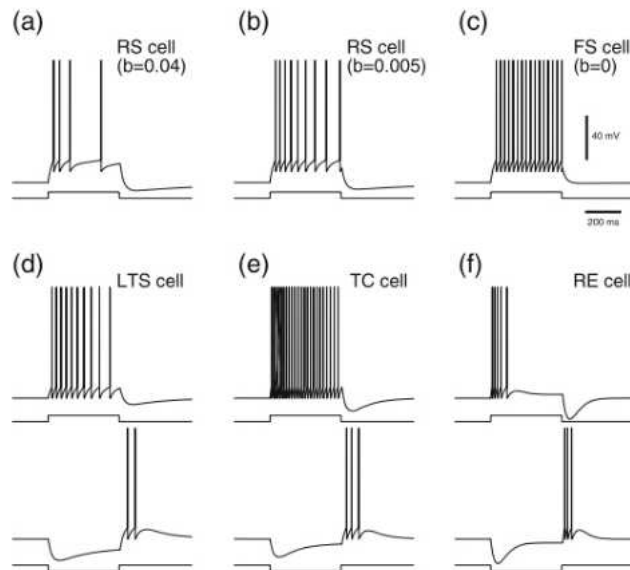


Abbildung 8: Mögliche biologisch plausible Feuermuster des Adaptive Exponential Integrate and Fire Neurons in Abhängigkeit von verschiedenen Parametereinstellungen. Die horizontale Achse misst die Zeit und die vertikale Achse das Membranpotential, die charakteristischen Spikes verdeutlichen den rapiden Sprung durch ein Aktionspotential. Um das Neuron zu stimulieren ist ein kurzer Stromfluss simuliert worden, gezeigt durch die zweite untere Linie, Bild aus [Des08].

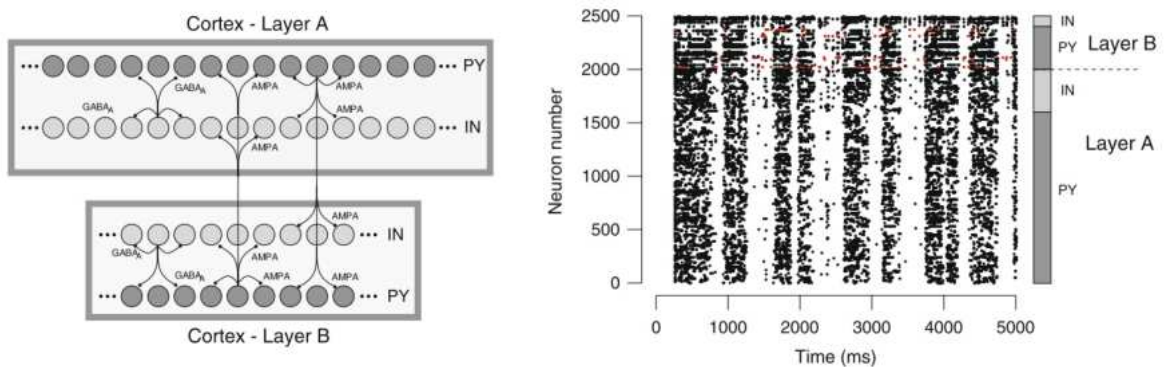


Abbildung 9: Links: Netzwerk aus zwei Schichten von Adaptive Exponential Integrate and Fire Neuronen. Rechts: Das resultierende synchrone Feuermuster. Ein schwarzer Punkt repräsentiert ein Aktionspotential eines betreffenden Neuron zu einem bestimmten Zeitpunkt, Bild aus [Des08].

und $\frac{dn}{dt}$, $\frac{dm}{dt}$, $\frac{dh}{dt}$ die Veränderungen des Öffnungsverhaltens bestimmter Ionenkanäle, und I_K , I_{Na} , und I_L beschreiben die Stärke der Ionenströme durch die Zellmembran. Die äußere Stimulation durch andere Ströme, beispielsweise durch andere Neuronen oder experimentell applizierte Ströme, sind in der Variable I zusammengefasst, vgl. [Izh06].

Das Hodgkin-Huxley Modell zählt bis heute zu den besten und biologisch plausibelsten Modellen des Feuerungsverhaltens der Nervenzellen. Das Modell hat jedoch einen großen Nachteil, die Simulation großer Netzwerke ist problematisch, da numerischen Lösungsverfahren insbesondere für 4 Differentialgleichungen sehr zeitintensiv sind. Deshalb benutzt man in der Disziplin der Computational Neuroscience weniger komplexe Modelle. Eines der populärsten Modelle ist das kürzlich entwickelte *Adaptive Exponential Integrate and Fire Neuron* [BG05], das nur aus zwei gekoppelten Differentialgleichungen und einem Rückstellterm besteht:

$$C \frac{dV}{dt} = -g_L(V - E_L) + g_L \Delta_T \exp\left(\frac{V - V_T}{\Delta_T}\right) - w + I$$

$$\tau_w \frac{dw}{dt} = a(V - E_L) - w$$

$$\text{if } V > V_{\text{Thresh}} \text{ then } \begin{cases} V \leftarrow V_r \\ w \leftarrow w + b \end{cases}$$

Dabei beschreibt $\frac{dV}{dt}$ wieder die Veränderung des Membranpotentials, während $\frac{dw}{dt}$ die Veränderung von mehreren Strömen integriert. Die Rückführung des Membranpotentials V auf das Ruhepotential V_r nach einem Aktionspotential wird durch eine Rückstellung von V auf V_r beim Erreichen des Schwellenwerts V_{Thresh} erzwungen und nicht durch die Differentialgleichungen beschrieben. Trotz dieser Vereinfachung eignet sich dieses Modell hervorragend um effizient das Verhalten von Nervenzellen zu simulieren. Abbildung 8 zeigt mögliche biologisch plausible Feuermuster, die sich mit dem Modell erzeugen lassen, in Abhängigkeit von verschiedenen Parametereinstellungen.

Nun ist die Zielsetzung der Computational Neuroscience eine völlig andere als die der Strong AI. Während letztere menschlich denkende und empfinden Computersysteme erschaffen wollte, so möchte die Computational Neuroscience bei weitem weniger utopische Ziele erreichen. Simulation des Bewusstseins oder anderer komplexer Phänomene ist schiere Zukunftsmusik und (vorerst) völlig uninteressant. Wichtig ist zurzeit die Simulation und Reproduktion biologischer Daten und Experimente. Abbildung 9 zeigt zum Beispiel die Simulation eines Netzwerkes bestehend aus zwei Schichten von Integrate and Fire Neuronen, das ein synchrones und wellenartiges Feuermuster aufweist. Dieses Muster ist experimentellen EEG Messungen bei Mensch und Tier nicht unähnlich, siehe [Des08].

Wie man sieht, sind die Anwendungen noch recht weit entfernt, echte menschliche Intelligenz zu erzeugen, geschweige denn, dass dies überhaupt gewollt wird. Ähnlich sieht das



Abbildung 10: Darstellung des Iowa Gambling Tasks. Die Versuchsperson hat vier Kartendecks, zwei schlechte und zwei gute, zur Auswahl und kann beliebig Karten umdrehen. Dies beschert der Versuchsperson Gewinne oder Verluste, hier gab eine Karte vom zweiten Stapel einen Gewinn von 5\$.

mit der Simulation von Emotionen aus, dies soll kurz an einem Beispiel aus der Literatur verdeutlicht werden.

Emotion und Computational Neuroscience

Wagar und Thagard [WT04] haben die Hirnvorgänge von Versuchspersonen bei einem Glücksspielexperiment nachgestellt, wobei emotionales Feedback aus der Amygdala eine große Rolle spielt. Bevor die Simulation genauer erläutert wird, wollen wir uns kurz dem zugrunde liegenden Experiment, dem *Iowa Gambling Task* widmen.

Im Iowa Gambling Task werden der Versuchsperson vier Kartenstapel wie in Abbildung 10 präsentiert. Die Versuchsperson erhält einen gewissen Kreditrahmen und darf dann an einem Kartenglücksspiel teilnehmen. Dafür muss sie Karten der Stapel aufdecken, ihr steht es dabei frei Karten von beliebigen Stapeln zu wählen. Auf der Vorderseite der Karten befinden sich positive und negative Beträge, die entweder einen Gewinn oder einen Verlust für den Spieler bedeuten. Ziel des Glücksspiels ist es am Ende mit möglichst viel Gewinn dazustehen, der dann auch an die Versuchsperson ausgezahlt wird. Nun gibt es zwei Arten von Kartenstapeln, gute und schlechte. Falls man einen guten Stapel komplett aufdeckt so hat man am Ende einen Gewinn vorzuweisen, die Beträge der einzelnen Karten, also die einzelnen Gewinne und Verluste fallen jeweils recht klein aus. Die schlechten Stapel beschern dem Spieler letztlich einen großen Verlust und auch die einzelnen Beträge weisen eine große Varianz auf. Es lassen sich mit einzelnen Karten also hohe Gewinne, aber auch hohe Verluste einfahren. Dass die Kartenstapel so beschaffen sind, wird der Versuchsperson natürlich vorenthalten, sie muss dies im Laufe des Spiels selbst herausfinden.

Nun hat man bei diesem recht populären psychologischen Experiment festgestellt, dass der *Ventromedial Prefrontal Cortex (VMPFC)* einen starken Einfluss auf die Entscheidung der Versuchsperson hat. Personen mit einem intaktem VMPFC lernen schnell den Unterschied zwischen den einzelnen Kartendecks, tendieren daher zur Wahl der guten

Decks und erzielen insgesamt einen Gewinn. Patienten mit Läsionen im VMPFC hingegen werden von den Karten mit großen Gewinnen dazu angestachelt, häufiger oder sogar immer von den schlechten Decks zu wählen und fahren so insgesamt Verluste ein. Darüber hinaus wird vermutet, dass emotionaler Feedback eine wichtige Rolle bei der Wahl des Kartendecks spielt. Wenn der Iowa Gambling Task am Computer gespielt wird, dann zeigen Versuchspersonen bereits eine unbewusste Stressreaktion in Form von erhöhter Schweißbildung, selbst wenn sie nur mit der Maus über ein vermeintlich schlechtes Deck fahren ohne es anzuklicken [BDTD97].

Eben jenes Zusammenspiel von VMPFC und emotionalem Feedback haben Wagar und Thagard [WT04] als Computersimulation nachgestellt. Sie nutzten dafür ein Netzwerk aus Integrate and Fire Neuronen³ bestehend aus fünf Modulen, welche die folgenden Hirnregionen repräsentieren:

- Ventromedial Prefrontal Cortex (VMPFC)
- Hippocampus
- Ventral Tegmental Area (VTA)
- Amygdala
- Nucleus Accumbens (NAcc)

VMPFC, VTA und Hippocampus wurden als Input Region für die Stimuli, in diesem Falle die Kartendecks, verwendet, die Amygdala kodiert das emotionale Feedback und NAcc dient als Output Region, aus der die Entscheidung ausgelesen werden. Jede Region umfasst 100 Neuronen und die Regionen sind untereinander verschaltet wie in Abbildung 11. Zwei verschiedene Netzwerke werden untersucht. Erstens, ein Netzwerk, das eine gesunde Versuchsperson repräsentiert, und ein Netzwerk mit Läsionen im VMPFC. Letzteres wurde durch das Kappen der Verbindungen zwischen VMPFC und NAcc und VMPFC und der Amygdala realisiert. Die genauen Einstellungen der Parameter wurden auf Basis von Rattenhirndaten gewählt.

Die Simulation besteht aus genau drei Schritten, wobei alle Schritte für jeweils beide Netzwerke durchgeführt werden:

1. **Training:** Das Netzwerk wird eine Zeit lang mit den Kartendeckstimuli und einem dazugehörigen emotionalen Feedback trainiert. Die Art des Decks, gut oder schlecht, wird als Inputvektor von der Hälfte der Neuronen im VMPFC, VTA und im Hippocampus kodiert. Für ein gutes Deck werden folglich jeweils 50 Neuronen in diesen Regionen stimuliert und für das schlechte die Komplementärmenge der übrigen 50 Neuronen. Ein gutes Deck wird begleitet von einem positiven emotionalen Feedback, das ebenfalls als Stimulation von 50 Neuronen in der Amygdala kodiert wird. Gleichfalls wird das schlechte Deck von einem negativen emotionalen Feedback begleitet, was die Stimulation der anderen 50 Neuronen in der Amygdala

³Das Netzwerk basiert auf einem Vorgängermodell des zuvor kennengelernten Adaptive Exponential Integrate and Fire Neuron.

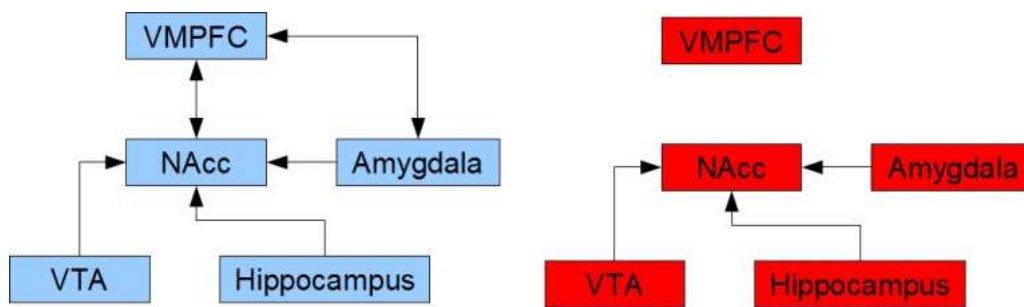


Abbildung 11: Vernetzung der Hirnregionen. Links: Netzwerk einer gesunden Versuchsperson. Rechts: Netzwerk einer Versuchsperson mit Läsionen im VMPFC, alle Verbindungen zum VMPFC sind gekappt, vlg. [WT04].

bedeutet. Über einen gewissen Zeitraum wird das Netzwerk abwechselnd mit den Stimuli für gute und schlechte Decks und dem zugehörigen Feedback angeregt. Durch Plastizität basierend auf einem Verfahren namens *Hebbian Learning* lernt das Netzwerk nun diese Assoziationen von guten Decks und positivem Feedback und schlechten Decks und negativem Feedback.

2. **Baseline:** Nachdem das Netzwerk trainiert ist, wird die Plastizität eingestellt. Das Netzwerk wird nacheinander mit beiden Stimuluskombinationen angeregt und die Aktivität im Nucleus Accumbens (NAcc) gemessen. So wird bestimmt wie der NAcc die Entscheidung für ein gutes Deck, also die Trainingskombination gutes Deck und positives Feedback, bzw. die Entscheidung für ein schlechtes Deck, also die Trainingskombination schlechtes Deck negatives Feedback, kodiert. Dies geschieht mithilfe einer Clusteranalyse der jeweiligen Aktivierungsmuster. Diese Werte werden dann im Testfall zum Vergleich genommen.
3. **Test:** Nun werden beide Netzwerke mit entgegengesetzten Stimulipaaren aktiviert, also gutes Deck und negativer Feedback und schlechtes Deck und positiver Feedback. Dies soll die Situation darstellen, dass eine Versuchsperson zwar ein richtiges bzw. falsches Deck gewählt hat, die aufgedeckte Karte jedoch einen Verlust bzw. ein Gewinn bedeutet. Die Hypothese lautet nun, dass trotz des gegenteiligen Stimulus der NAcc einer gesunden Versuchsperson dennoch in der Lage ist, das gute bzw. das schlechte Deck als solches zu erkennen, während der NAcc einer Versuchsperson mit Läsionen im VMPFC dies nicht mehr bewerkstelligt und die Decks bezüglich des direkten falschen emotionalen Feedbacks einstuft. Um dies zu testen werden die NAcc Aktivitäten mit den zuvor gemessenen Mustern im Baseline Schritt verglichen.

Das Ergebnis bestätigt die Hypothese: Abbildung 12 zeigt, dass das intakte Netzwerk die Decks trotz des gegensätzlichen Stimulus identifiziert, das Netzwerk mit dem isolierten VMPFC jedoch die Decks falsch zuordnet. Den Forschern ist es gelungen ein simples Modell der Vorgänge im Gehirn menschlicher Versuchspersonen beim Iowa Gambling Tasks zu modellieren und zu simulieren.

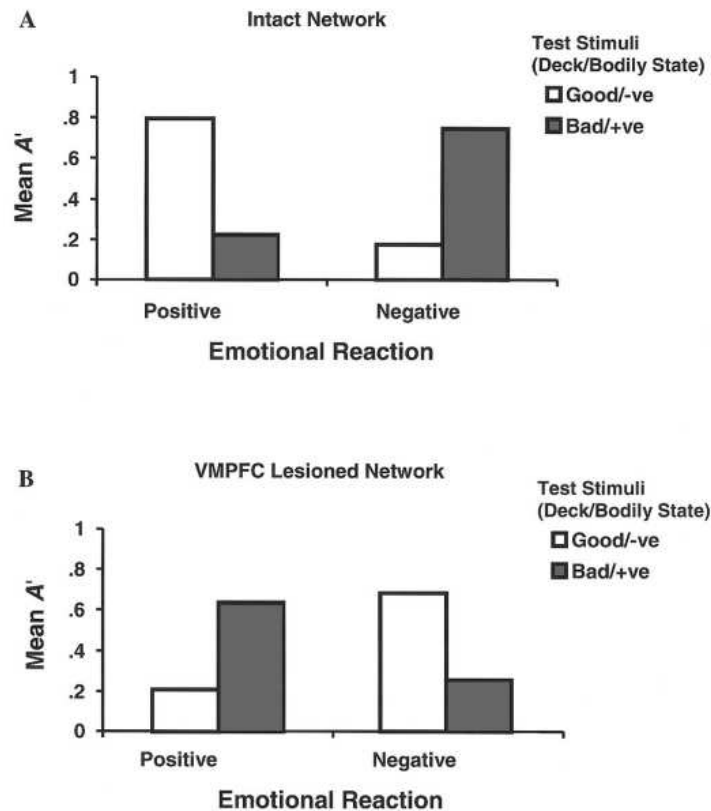


Abbildung 12: Ergebnisse der gegenteiligen Stimuli. Die vertikale Achse misst die Ähnlichkeit zur Baseline Aktivität von 1 identisch bis 0 völlig verschieden. Oben: Intaktes Netzwerk einer gesunden Versuchsperson. Unten: Netzwerk einer Versuchsperson mit Läsionen im VMPFC. Wie angenommen erkennt das gesunde Netzwerk die Kartendecks trotz gegenteiligem emotionalen Feedback, das Netzwerk mit Läsionen hingegen nicht, Bild aus [WT04].

Fazit

Damit endet unsere kurze Rundreise durch die Philosophie und Modellierung des Geistes. Wir haben viele Standpunkte zum Leib-Seele-Problem kennengelernt und uns bei einigen genauer mit ihrem Einfluss auf die Künstliche Intelligenz beschäftigt. Während der Dualismus und Physikalismus eigentlich kaum pragmatische Ansätze für die KI bieten, so haben Forscher doch gerne die Ideen des Funktionalismus aufgegriffen. Laut den Vertretern der Strong AI kann man potentiell auch mit hinreichend komplexen Computern und Programmen menschliche Empfindungen und Denkweisen simulieren. Doch

den funktionalen Zuständen solcher Maschinen fehlt der subjektive, phänomenologische und bewusst erlebbare Charakter.

Im Gegensatz zur Strong AI sind die Ziele der Computational Neuroscience weniger futuristisch, die Erschaffung künstlicher Intelligenz mit menschlichen mentalen Zustände spielt eigentlich keine Rolle, sondern die Reproduktion und Modellierung einfacher biologischer Daten und einfacher Experimente steht im Vordergrund. Vor allem diese Ansätze der Computational Neuroscience bieten meiner Meinung nach ein großes Potential, uns selbst und die Funktionsweisen des Gehirns besser zu verstehen. Und wer weiß, vielleicht gerade weil es nicht von vornherein die Zielsetzung ist künstliches Bewusstsein zu schaffen, gibt es schon in mittelfristiger Zukunft die ersten hinreichend komplexen Netzwerkmodelle, die nicht nur mit den kognitiven Fähigkeiten des Menschen konkurrieren können, sondern auch empfinden wie der Mensch. Somit bliebe dann die Ausgangsfrage dieses Textes nicht länger nur eine hypothetische.

Literatur

- [BDTD97] Antoine Bechara, Hanna Damasio, Daniel Tranel, and Antonio R. Damasio. Deciding advantageously before knowing the advantageous strategy. *Science*, 275(5304):1293–1295, 1997.
- [BG05] Romain Brette and Wulfram Gerstner. Adaptive exponential integrate-and-fire model as an effective description of neuronal activity. *Journal of Neurophysiology*, 94(5):3637–3642, 2005.
- [Bis94] Chris M. Bishop. Neural networks and their applications. *Review of Scientific Instruments*, 65(6):1803–1832, jun 1994.
- [Des08] Alain Destexhe. Self-sustained asynchronous irregular states and up-down states in thalamic, cortical and thalamocortical networks of nonlinear integrate-and-fire neurons. *Journal of Computational Neuroscience*, 27(3):493–506, 2008.
- [GU93] Takashi Gomi and Joseph Ulvr. Artificial emotions as emergent phenomena. In *Robot and Human Communication, 2nd IEEE International Workshop on*, pages 420–425, 1993.
- [HLG95] A. Hügli, P. Lübcke, and W. Greve. *Philosophielexikon: Personen und Begriffe der abendländischen Philosophie von der Antike bis zur Gegenwart*. rororo Enzyklopädie. Rowohlt Taschenbuch Verlag, 1995.
- [Izh06] Eugene M Izhikevich. *Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting*, volume 38. The MIT Press, 2006.
- [Jac82] Frank Jackson. Epiphenomenal Qualia. *Philosophical Quarterly*, 32(April):127–136, 1982.

-
- [KSJ00] Eric R. Kandel, J. H. Schwartz, and Thomas M. Jessell. *Principles of Neural Science*. McGraw-Hill Medical, 4th edition, July 2000.
- [Min06] Marvin Minsky. *The Emotion Machine: Commonsense Thinking, Artificial Intelligence, and the Future of the Human Mind*. Simon & Schuster, 2006.
- [Sea80] John R. Searle. Minds, brains, and programs. *Behavioral and Brain Sciences*, 3(03):417–424, 1980.
- [SPT06] Susan Stepney, Fiona A. C. Polack, and Heather R. Turner. Engineering emergence. In *Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Engineering of Complex Computer Systems*, pages 89–97, Washington, DC, USA, 2006. IEEE Computer Society.
- [Vel98] Juan D. Velásquez. A Computational Framework for Emotion-Based Control. *Artificial Intelligence*, pages 62–67, 1998.
- [WT04] Brandon M. Wagar and Paul Thagard. Spiking phineas gage: a neurocomputational theory of cognitive-affective integration in decision making. *Psychological Review*, 111(1):67–79, 2004.



Ist Liebe berechenbar?

VANESSA SEIFERT

SABINE TROGUS

Kann ein Algorithmus den Traumpartner ermitteln?

Die Online-Partnervermittlungen boomen. Sie werben mit Werbeslogan wie: Ehrlichkeit ist das wichtigste, um den Partner fürs Leben zu finden oder "Finden auch Sie den Partner, der wirklich zu Ihnen passt" und behaupten, dass hinter alledem ein wissenschaftlich getesteter Algorithmus steckt, der den optimal passenden Partner ermittelt.

Der erste Schritt zum großen Glück ist sich anzumelden. Das funktioniert ganz einfach mit einer E-Mailadresse. Der nächste Schritt ist das Ausfüllen eines Persönlichkeitstests. Dieser besteht, je nach Partnervermittlung, aus 80-120 Fragen. Diese Fragen sind in drei Bereiche gegliedert: Interessen, Persönlichkeit und Fähigkeiten/Gewohnheiten.

Der erste Bereich beschäftigt sich unter anderem mit Hobbys, Musikgeschmack, Sport oder den liebsten Freizeitbeschäftigungen. Bei den Persönlichkeitsfragen geht es um Charaktereigenschaften wie Schüchternheit, Aktivität oder Spontanität, aber auch um Vorstellungen und Wünsche in einer Beziehung. Im Bereich Fähigkeiten/Gewohnheiten wird nach Streitverhalten, Lebenseinstellungen im Hinblick auf Familie und Kinderwunsch oder nach dem persönlichen Schlafverhalten (z.B. Langschläfer oder Frühaufsteher) gefragt. Wenn man alle Fragen beantwortet hat, muss man nur noch sein persönliches Profil erstellen mit Angaben über Alter, Wohnort, Beruf, Aussehen und Größe.

Dann kommt die Mathematik ins Spiel. Ein Algorithmus vergleicht das persönliche Profil und den aufgefüllten Test mit den anderen Mitgliedern aus der Datenbank und ermittelt sogenannte Matchingpunkte (engl. matching - dazu passend). In Bereichen wie Hobbys, Gewohnheiten und Interessen in denen eine Ähnlichkeit wünschenswert ist wird auf Gemeinsamkeiten geprüft. Dagegen gibt es Matchingpunkte, wenn in manchen Persönlichkeitsfragen Unterschiede auftreten. Anschließend erhält man Partnervorschläge von Mitgliedern, mit denen man möglichst viele Matchingpunkte hat.

Aber was ist wirklich dran an dem Algorithmus? Was für Ergebnisse liefert er?

Ein erster Kritikpunkt ist, dass der Algorithmus wissenschaftlich nicht fundiert ist. Er ist nicht veröffentlicht und wird von den Unternehmen als Geschäftsgeheimnis betrachtet. Dagegen spricht der Psychologe Hugo Schmale, der einen der Algorithmen mitentwickelt hat, in [DRS] von einer "theoretischen Validierung", was bedeutet, dass die Theorie dahinter stimmt und der Erfolg da ist, man ihn aber nur schwer messen kann. Denn wie misst man Liebe? In der Dauer einer Beziehung? Oder wie harmonisch sie ist?

An dem Algorithmus wird auch kritisiert, dass er nur Paare zusammen bringt, die einander sehr ähnlich sind. Allerdings sagen die Experten, dass er, wo es nötig und sinnvoll ist, auch auf Unterschiede eingeht. Und es sei wissenschaftlich bewiesen, dass Ähnlichkeiten das Fundament einer guten Beziehung sind. Außerdem sei das auch nur ein Teil des Paarfindungsprozesses. Es werden auch grundsätzliche Wertvorstellungen, Zukunftsvorstellungen, Kinderwunsch u.a. berücksichtigt.

Darüber hinaus wird kritisiert, dass der Algorithmus viel zu wenig Informationen für eine gute Vorhersage hat. Es wird z.B. nicht auf Umgang mit Konflikten oder auf Streitverhalten eingegangen, was aber laut Psychologen ein sehr wichtiger Punkt in einer Beziehung ist. Das verwerfen die Unternehmen mit der Aussage, dass beziehungspe-

zifische Merkmale wie z.B. Kommunikationsverhalten oder Streitfähigkeit durch den Persönlichkeitstest teilweise vorhersagbar sind. Forschungen zeigen auch, dass zwischenmenschliche Interaktionen durch Persönlichkeitsstrukturen maßgeblich mitbestimmt werden.

Ein weiterer Kritikpunkt ist, dass man Fragen gezielt positiv beantwortet, um einen möglichst guten Persönlichkeitstest zu bekommen. Dem entgegen die Unternehmen, indem sie sagen, dass es bei den Tests auch indirekte Fragestellungen gibt, bei denen man nicht genau weiß, worauf sie anspielen. Auch bestehe ihr Test aus vielen sogenannten projektiven Verfahren, bei denen man z.B. seine Vorliebe für einen Pfeil nach links oder rechts angeben muss und man absolut keine Ahnung hat, über welchen Teil der Persönlichkeit daraus eine Bewertung hervorgeht.

Ein weiterer Kritikpunkt geht aus folgendem Fallbeispiel hervor: Ein Ehepaar, das über 20 Jahre glücklich verheiratet ist, hat den Algorithmus getestet und war über das Ergebnis entsetzt. Laut Matchingpunkten passen sie nicht so gut zusammen wie erwartet. Sie meldeten das dem Unternehmen. Dieses befasste sich genauer mit dem Ergebnis und kam zu der Erklärung, dass es hauptsächlich an der Antwort auf eine Frage lag, dass das Paar nicht so gut abgeschlossen hat: Die Frau gab an, dass es ihr egal sei, ob ihr Partner Raucher sei oder nicht. Aber der Mann wollte nur eine Nichtraucherin. Beim Auswerten der Tests werden also Merkmale überbewertet, die einem in einer Beziehung eigentlich nicht wichtig sind oder umgekehrt.

Dagegen sagen die Partnervermittlungsbüros, dass das Ergebnis nur so gut ist, wie die gegebenen Antworten und dass der Test einem die Möglichkeit gibt, selber zu erfahren, was einem in einer Beziehung wichtig ist und was nicht. Man bekommt, wenn man den Test ehrlich und aufrichtig ausfüllt, eine sehr gute Selbsteinschätzung und weiß was man wirklich sucht.

An dem Algorithmus wird des Weiteren noch kritisiert, dass zukünftige Umwelteinflüsse, wie zum Beispiel Arbeitslosigkeit des Partners, plötzliche schwere Erkrankungen oder Familientragödien nicht mit eingehen. Die Stresssituationen, die dadurch in der Partnerschaft entstehen, werden von dem Algorithmus nicht erfasst. Darauf erwidern die Befürworter des Algorithmus, dass zukünftige Ereignisse natürlich nicht vorhergesagt werden können, aber der grundsätzliche Umgang mit Stress eingeschätzt werden könne. Da die Passung der Partner gerade in Stresssituationen wichtig ist, sind Fragen über Verhalten in Stresssituationen Teil des Persönlichkeitstests.

Abschließend ist zu sagen, dass die Mathematik hinter dem Algorithmus stimmt und Hinweise in die richtige Richtung ergibt. Durch den Persönlichkeitstest lernt man viel über sich selber und über seine Wünsche und Vorstellungen in einer Beziehung. Aber er gibt keine Garantie für die Liebe. Die reinen Zahlen oder Prozentwerte, nach denen ein potentieller Partner zu einem passt oder nicht, sind alleine nicht aussagekräftig. Auch wenn man laut Algorithmus gut zusammen passen soll, sagt das noch lange nichts über die Gefühle aus, die man dem potentiellen Partner gegenüber hat. Dazu braucht es mehr als Zahlen. Die Antwort auf die Frage, ob Liebe berechenbar ist, ist unserer Meinung nach daher ganz klar: NEIN!

Ist die Dauer einer Ehe berechenbar?

Mit dieser Frage beschäftigten sich der schottische Mathematiker James Murray und ein amerikanisches Psychologenteam (vgl. [Ben05], [Sue] und [Die]). Sie entwickelten eine Formel, die die Dauer einer Ehe vorhersagen soll.

Sie untersuchten hierzu 700 frisch verheiratete Paare. Diese mussten getrennt voneinander einen Fragebogen ausfüllen, in dem sie zu ihrer Zufriedenheit in der Ehe befragt wurden und sich auf ein Diskussionsthema wie z.B. Geld, Kindererziehung oder Zukunftspläne einigten. Über dieses kritische Thema führten die Ehepaare dann ein 15 minütiges Streitgespräch. Dabei wurden Puls, Atemfrequenz und Schweißproduktion gemessen. Zusätzlich gab es auch noch eine Videoaufnahme, die die Körpersprache sowie die Mimik der Probanden festhielt.

Diese Tests wurden über einen längeren Zeitraum alle 2 Jahre wiederholt.

Bei der Auswertung des Streitgesprächs ist nicht entscheidend was gesagt wird, sondern wie etwas gesagt wird. Es werden Punkte aus einer Skala von -4 bis +4 vergeben. Dabei heißt -4 zum Beispiel, dass man Ehepartner beleidigt oder beschimpft. -1 erhält man bei Gejammer und Gemecker. Hingegen erhält man +2, wenn man seinen Partner zum Lachen bringt oder +4 für Zuwendungen. Diese so ermittelten Punktzahlen gehen dann in die Eheformeln ein, die wie folgt aussehen

$$\begin{aligned} \text{Frau: } W(t+1) &= a + r_1 W(t) + I_{HW}(H(t)), \\ \text{Mann: } H(t+1) &= b + r_2 H(t) + I_{WH}(W(t)). \end{aligned}$$

Dabei ist t der Zeitschritt. Dieser wird in 6 Sekunden-Schritten angegeben, da das die durchschnittliche Zeit ist, nach der im Gespräch „der Ball weitergegeben“ wird. In die Parameter a und b gehen das Wohlfühlen ohne den Partner und die allgemeine Zufriedenheit in der Ehe ein, die durch den zu Beginn ausgefüllten Fragebogen ermittelt werden. Sie sind über den gesamten Beobachtungszeitraum konstant.

Die Konstanten r_1 und r_2 geben an, wie schnell und wie stark die Partner auf die Meinung des anderen eingehen. Es geht auch entscheidend ein, welches Naturell die Partner verkörpern, also ob sie sprunghaft diskutieren, Konflikten ausweichen oder sich gegenseitig bestätigen.

I_{HW} und I_{WH} sind die sogenannten „Einfluss-Funktionen“, die der wichtigste Teil der Formel sind. Sie geben an, wie sich die Stimmung eines Partners ändert, wenn der andere etwas Bestimmtes sagt. Oder wie lange es dauert, bis sich beide schlecht fühlen, wenn zu Beginn des Gesprächs einer positiv gestimmt ist, der andere negativ. Der Wert des Partners geht hier mit Zeitverzögerung ein.

Mithilfe dieser Formeln erhalten die Forscher pro Partner 150 Zahlenwerte, die sie nun auswerten müssen. Sie können damit zwei Fragen beantworten.

1. Ist die Ehe glücklich oder nicht?

Die XY-Ebene wird als Mann-Frau-Ebene gewählt und die Werte des einen Partners auf der X-Achse, die des anderen auf der Y-Achse nach jedem Zeitschritt abge-

tragen. Die hieraus entstehenden Kurven resultieren nach einigen Schwankungen in einem festen Bereich. Ist dieser Bereich positiv, bewerten die Psychologen die Ehe als glücklich.

2. Wie lange wird die Ehe halten?

Aus den erhaltenen Zahlen wird ein Verhältnis berechnet. Als Verhältnis für eine perfekte Partnerschaft geben die Forscher 5 : 1 an, das heißt, dass auf eine negative Situation im Gespräch mindestens fünf positive folgen. Je größer der erste und je kleiner der zweite Wert ist, umso besser ist es um die Partnerschaft bestellt. Bei leichten Abweichungen von diesem Verhältnis sagen die Psychologen eine Trennung innerhalb der nächsten 16 Jahre, bei starken Abweichungen innerhalb der nächsten 5-6 Jahre voraus.

Laut eigenen Aussagen erreichen die Forscher eine beeindruckende Erfolgsquote von 97%. Bei den vorhergesagten Trennungen liegt sie sogar bei 100%, nur in einigen Fällen, bei denen sie dachten, dass die Paare ihre Probleme in den Griff bekommen und zusammen bleiben würden, lagen sie falsch.

Aufgrund dieser Ergebnisse kann man wohl sagen, dass die Dauer einer Ehe berechenbar ist. Allerdings spielt die Psychologie, die hinter der Auswertung des Gesprächs steckt eine große Rolle. Nur mit der Mathematik allein wäre eine Vorhersage sicher nicht möglich.

Literatur

- [Ben05] Mark Benecke. *Lachende Wissenschaft - Aus den Geheimarchiven des Spass-Nobelpreises*, pages 101–103. Bastei Luebbe, Bergisch Gladbach, 2005.
- [Die] <http://diepresse.com/home/leben/mode/valentinstag/481552/Die-Mathematik-der-Liebe>.
- [DRS] <http://www.drs.ch/www/de/drs/sendungen/kontext/5005.sh10176615.html>. Interview u.a. mit Hugo Schmale bei Schweizer Radio DRS.
- [EDa] <http://www.edarling.de/presse/intern/partner-matching-erfolgreich>. Gegen-darstellung von eDarling.
- [EPB⁺12] Eli J. Finkel, Paul W. Eastwick, Benjamin R. Karney, Harry T. Reis, and Susan Sprecher. Online Dating: A Critical Analysis From the Perspective of Psychological Science. *Psychological Science in the Public Interest*, pages 3–66, January 2012.
- [Para] www.parship.de. Webseite von Parship Deutschland.
- [Parb] www.partner.de. Webseite von Partner.de.
- [Spi] <http://www.spiegel.de/wissenschaft/mensch/0,1518,815192,00.html>.
- [Sue] <http://www.sueddeutsche.de/leben/beziehungsmathematik-die-formel-der-liebe-1.391990>. Artikel in der Sueddeutschen Zeitung über die Eheformel.



Sind Informatiker fotogen?

—

**Computer und Informatiker in
Filmen**

JONAS BRUSCHKE



Abbildung 1: Stereotyp eines Informatikers (aus [Pic99])

Ich schaue mir leidenschaftlich Filme an und verstehe diese nicht nur als Unterhaltung sondern auch als Kunstwerk. Dabei versuche ich mir oft vorzustellen, wie die eine oder andere Szene gedreht und umgesetzt wurde, damit das entsprechende Bild entsteht. Doch erst mit Beginn meines Studiums der Medieninformatik habe ich auch ein besonderes Augenmerk auf Szenen im Film, in denen Menschen Computer bedienen, und versuche zu analysieren und zu verstehen, was diese mit dem Computer anstellen. Das inspirierte mich zu dem Thema „Sind Informatiker fotogen?“. In diesem Zusammenhang soll auch das Image der Informatiker näher beleuchtet werden.

Immer wieder werden wir Informatiker mit Vorurteilen konfrontiert. Zu den gängigsten gehören unter anderem, dass Informatiker introvertiert, sozial inkompetent, unattraktiv, lichtscheu und unsportlich sein sollen. Außerdem vernachlässigen sie die Körperhygiene und arbeiten allein im stillen Kämmerlein. Meist sind sie entweder spindeldürr oder schwer übergewichtig. Sie ernähren sich vorwiegend von Tiefkühlkost, aber auch Pizzaschachteln zeugen von einer eher ungesunden Ernährung und füllen den Raum eines Informatikers ebenso wie diverse PC-Komponententeile. Die Begeisterung für das Science-Fiction-/Fantasy-Genre und Rollenspiele bei den Informatikern ist groß. Es wird ihnen nachgesagt, dass sie nur am Zocken und Hacken wären. Wenn sich Informatiker mal zusammen finden, dann haben die Gespräche nur das eine Thema, nämlich Computer, und auch sonst wissen sie über alles Bescheid, was mit Computern zu tun hat.

Häufig fällt auch bei der Beschreibung eines Informatikers der Begriff "Nerd", wobei sich dieser Begriff nicht ausschließlich auf Computerfreaks bezieht, sondern allgemein Personen beschreibt, die sich in einen Bereich aus Wissenschaft und Technik vertieft haben und damit verbundene Begleiterscheinungen (siehe oben) besitzen. So können zum Beispiel auch Physiker als Nerds bezeichnet werden. Eine gute Übersetzung wäre wohl "Fachidiot" (vgl. [Wik12b]). Hätten wir Informatiker nicht eine gewisse Selbstironie,

würden wir uns wohl wegen dieses negativ besetzten Bildes eines Computerfachmannes nicht mehr auf die Straße wagen und tatsächlich in einen dunklen Raum einsperren.

Analysiert man das vermittelte Bild eines Informatikers in den Medien, so fällt auf, dass Informatiker recht einseitig dargestellt werden. Im Fernsehen läuft auf ProSieben die Sendung "Das Model und der Freak". Hier werden zwar nicht nur Nerds gezeigt, aber auch die anderen "Freaks" sprechen ihrem jeweiligen Klischee. Das heißt, es werden Leute vor die Kamera geholt, die sich vom Durchschnittsbürger in vielerlei Hinsichten unterscheiden, als verrückt und unnormale beschrieben werden und somit einen höheren Unterhaltungswert für die Sendung darstellen. Zudem gibt es auch noch die britische Sitcom¹ "The IT Crowd". Dort ist das Charakterbild des Nerds wesentlicher Bestandteil und Grundlage des Humors. Als IT-Spezialisten eines Unternehmens hocken die Hauptdarsteller im Keller des Firmengebäudes, deren Büroräume mit etlichen nostalgischen Artikeln aus Computer-, Comic- und Fernsehwelt verziert sind. Dinge, die das Herz eines klassischen Nerds höher schlagen lässt, darunter museumsreife Computer, Actionfiguren, eine Guy-Fawkes-Maske, massige Poster und Sticker u.v.m. Blickt man auf die seriöseren Inhalte und Angebote der Medien, das heißt Nachrichtensendungen, Zeitungen und Online-Magazine, und lässt die Fachpresse einmal außen vor, dann sind diese größtenteils von Hackern geprägt. Entweder sind es DDoS-Attacken² auf diverse Server seitens Anonymous oder eine andere Hackergruppe erbeutet Millionen von Kundendaten eines großen Konzerns, wie es zum Beispiel mit Sony Pictures letztes Jahr der Fall war. Schlagzeilen und Nachrichtenartikel mit negativem Charakter dominieren die Berichterstattung und sind einprägsamer als solche mit positivem Inhalt.

Auch das Bild eines Informatikers im Kino unterscheidet sich nicht groß vom oben bereits zusammengestellten Stereotyp. Als ich mich bei meiner Recherche auf die Suche begab, geeignete Filmszenen mit Informatikern für den Vortrag zu finden, musste ich feststellen, dass da ein nicht sehr differenziertes Bild entstand. Abgesehen von Protagonisten, die ihre Emails checken oder schreiben und die man deshalb schlecht als Informatiker bezeichnen kann, fand ich nur Szenen, wo das Thema Hacking³ im Vordergrund stand. Viel mehr war ich allerdings erstaunt, wie Computer im Film verwendet und eingesetzt werden. Bei näherer Betrachtung fällt auf, dass einige Merkmale häufiger und in vielerlei Filmen anzutreffen sind. Im Folgenden trage ich diese überblicksmäßig zusammen:

¹Sitcom leitet sich aus situation comedy ("Situationskomödie") ab, ist eine Unterhaltungssendung und bezeichnet die humorvolle Auseinandersetzung mit einer momentan vorliegenden Situation durch alle Beteiligten. Ein Kennzeichen der Sitcom ist daher die ständige schnelle Abfolge von Gags, Pointen und komischen Momenten [Wik12d].

²Denial of Service (kurz DoS, "Dienstablehnung") ist die Folge einer Überlastung von Infrastruktursystemen in der digitalen Datenverarbeitung. Von einer DDoS-Attacke (Distributed Denial of Service, "Verteilte Dienstblockade") wird gesprochen, wenn ein Angriff koordiniert von einer größeren Anzahl anderer Systeme aus erfolgt, mit der Absicht, einen oder mehrere bereitgestellte Dienste arbeitsunfähig zu machen, indem man diese mit Anfragen belastet oder Programmfehler ausnutzt [Wik12a].

³Hacking beschreibt die Tätigkeit über ein Netzwerk in Computersysteme einzudringen.



Abbildung 2: Überladene Bildschirme (aus [tCF07])

Ereignisse oder Fehlermeldungen werden immer mit großem, einfach lesbarem Text angezeigt. Das hat den einfachen Grund, dass das Publikum lesen können soll, was auf dem Bildschirm steht. Beispielsweise will sich der Protagonist in vielen Szenen unbefugten Zugang zu einem System verschaffen. Bei Misslingen der Aktion erscheint ein riesiges „Access Denied“ auf dem Bildschirm, im Erfolgsfall ein ebenso großes „Access Granted“. In realen Anwendungen macht es allerdings wenig Sinn, den autorisierten Nutzer mit einer solchen Meldung aufzuhalten. Im Film sind Bildschirme oft auch mit diversen Grafiken, Codes und Systemanzeigen überladen. In diesen Fällen soll man als Zuschauer die Fülle an Informationen auch gar nicht erfassen und verstehen, zumal alles recht klein dargestellt wird. Hier soll viel mehr die Professionalität des Anwenders wiedergespiegelt werden, für den all diese Informationen scheinbar einen Sinn ergeben. Auch ein Blick auf die Benutzerschnittstelle (User Interface, kurz UI) offenbart einige wiederkehrende Aspekte: Der Held ist gezwungen ein für ihn fremdes User Interface zu bedienen. Ob in einer Firma, im Ausland oder nach einer Zeitreise, der Held kommt sofort ohne Probleme und Einarbeitungszeit damit zurecht. Aber denken wir nur daran zurück, wie lange man in der Regel braucht, um mit einem neuen System und neuen Programmen vertraut zu werden, damit man diese benutzen kann? Selbst der klügste Nutzer hat mit den besten Designs Probleme mit der Bedienung, ganz zu schweigen von der schlechten Benutzerfreundlichkeit, die man bei Management-Informationssystemen in Firmen oder in Kontrollräumen von industriellen Anlagen findet. Der Vorgang des Hackens ergibt weitere Aspekte für interessante und stereotypische Inszenierungen. Statt mit einer oder mehreren Kommandozeilen (wie bei solchen Programmen üblich) arbeiten Hacker im Film auch hier mit einer grafischen Benutzeroberfläche. In Zukunftsszenarien wird dagegen häufig mit 3D-Gesten interagiert. Eindrucksvolle Umgebungen und eine sogenannte fly-through-Navigation⁴ sind zwar schick anzusehen und erlauben eine dramatische Interaktion mit dem Computer, der Nutzer ist aber besonders bei solch einer dynamischen Anzeige nicht in der Lage, all die Informationen aufzunehmen. Zudem erbrachte ein Filmexperiment von 1992 namens „Starfire“, in dem der Protagonist einen 3D-Desktop

⁴ Navigiert man mit einer virtuellen Kamera durch einen 3D-Raum, dann nennt man das fly-through-Navigation.

bedient, reale Anwenderkenntnisse: Während der Dreharbeiten bei der Filmproduktion meinte der damit arbeitende Schauspieler, es sei recht ermüdend, die Arme in der Luft zu halten, während man einen Computer bedient (vgl. [Tog]). Das bringt uns also zu der Frage, ob eine 3D-Interaktion für das normale Arbeiten mit dem Computer zukunfts-trächtig ist. Man könnte noch einige andere Beispiele anbringen, ich will hier den Bogen jedoch nicht überspannen.

Doch warum werden nun Computer und deren Anwender oft so verfälscht dargestellt? In erster Linie sind die Filmproduzenten Künstler oder Entertainer, und der Hauptzweck von Filmen ist Unterhaltung und nicht Aufklärung über das Thema Informatik oder den Informatiker. Es ist ja nicht so, dass es die Filmschaffenden nicht besser wissen, meistens haben sie entsprechende Experten mit am Set. Aber es gibt genug Gründe, warum von der Realität abgewichen wird: Der Zuschauer muss der Handlung folgen können, deshalb sind einige Elemente schon storytechnisch unabdingbar. In Actionfilmen muss das Tempo gehalten werden, und in der Realität eher trockene, langweilige Szenen werden daher dramatischer veranschaulicht. Der Held im Film muss Dinge können, die nur wenige können, er muss sich vom Normalbürger abheben. So muss der Hacker im Team einen bestimmten Wert für die Gruppe darstellen und wird dementsprechend professionell figuriert. Was früher der Magier in einer Geschichte war, ist heute der Hacker, ohne den die Gruppe aufgeschmissen wäre.

Stellt sich nun die Frage, ob und wie sich dieser Medieneinfluss bewusst oder unbewusst auf uns auswirkt und wie es unser Bild der Informatik prägt. Haben Erfinder sich ihre Ideen von Filmen abgeschaut? Wenn David Hasselhoff vor 30 Jahren mit seinem Auto redet, dann war das noch reinste Utopie. Heute ist die Sprachsteuerung schon sehr weit fortgeschritten. Ausgelöst durch den Film "Minority Report" im Jahr 2002 haben verschiedene Forschergruppen die raumfüllende Gestensteuerung mit Hilfe von Microsofts Kinect nachimplementiert. Es ist schwer nachvollziehbar, ob sich die Entwickler wirklich von Filmen inspiriert haben lassen. Schließlich verschmelzen in Filmen Realität und Träume, die es meist auch schon vorher gab. Aber zumindest wecken Filme das Interesse am technischen Fortschritt und man kann sich wünschen, dass Softwareentwickler ihre Programme intuitiver gestalten, sodass man wirklich diese auf Anhieb benutzen kann. Es gibt aber auch weniger erfreuliche Entwicklungen. Die Zahl der Informatikstudenten ist im letzten Jahrzehnt drastisch zurückgegangen. Eine Studie der Institute für Informatik und Psychologie der TU München ging der Sache 2008 auf den Grund und befragte Abiturienten, warum sie denn kein Informatik studieren wollen. Viele sahen die Informatik als reines Programmierhandwerk und gaben an, dass sie den Eindruck haben, dass man schon programmieren können muss, bevor man mit dem Studium beginnt. Andere fanden das Fach nicht intellektuell herausfordernd genug und studierten lieber Medizin, Mathematik oder Physik. Dieses falsche Bild der Informatik kam für die Studieninitiatoren etwas überraschend (vgl. [Mes08]). Sind Film und Fernsehen daran schuld?

Bisher gab es noch keine Studie, die genau diese Fragestellung aufgreift und solche Auswirkungen belegt. Auch wird kein Bezug auf die Medien genommen, wenn vom Image

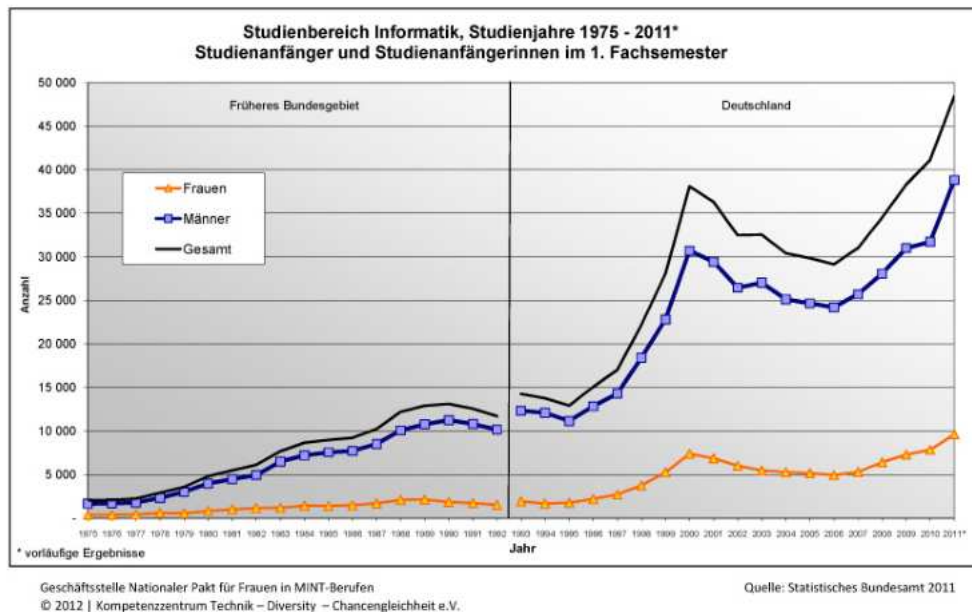


Abbildung 3: Anzahl der Studienanfänger in Deutschland [Kom12]

der Informatik die Rede ist. Es rücken dafür andere Gründe für den Rückgang der Informatikstudierendenzahlen in den Vordergrund. Nach Meinung von Experten ist dabei der Schulunterricht maßgebend und prägend. Auch die Abstraktheit der Informatik an sich wird oft genannt. Anwender können nicht hinter die Fassade der Anwendung blicken. Für sie gibt es nur die bunte Oberfläche. Es erschließt sich ihnen nicht, was Informatiker eigentlich machen (vgl. [Web09]).

So wurde es höchste Zeit, das Image etwas aufzupolieren. Im Jahr 2006 war das Wissenschaftsjahr das Informatikjahr, in dem Millionen von Euro unter anderem vom Staat investiert wurden, um Neugier auf die Informatik und Interesse für die digitale Entwicklung in unserer Gesellschaft zu wecken. Diverse Vereine, allen voran die Gesellschaft für Informatik e.V., kümmern sich um das Bild der Informatiker sowie um die Nachwuchsförderung. "Bundesweit Informatiknachwuchs fördern" (BWINF) ist eine Initiative, die unter anderem vom Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert wird. Sie ist hauptsächlich an Schulen aktiv und veranstaltet zum Beispiel Informatikwettbewerbe und -olympiaden. Fakultäten an verschiedensten Hochschulen veranstalten einmal im Jahr den Tag der Informatik. Auch Firmen engagieren sich: Microsoft bietet mit ÄntMe! - Die Ameisensimulation ein Serious Game⁵ an, womit man spielend Programmieren lernen soll (mit Schwerpunkt auf Künstliche Intelligenz).

⁵Serious Games (ernsthafte Spiele) sind digitale Spiele, die nicht ausschließlich der Unterhaltung dienen, sondern auch Information und Bildung vermitteln [Wik12c].

Das bringt uns zur Abschlussfrage: Hat sich die ganze Mühe der Initiativen gelohnt? Wie aus dem Diagramm des Statistischen Bundesamtes (Abbildung 3) zu entnehmen ist, sind die Studentenzahlen im Fach Informatik in den letzten Jahren wieder rapide gestiegen. Ob das nun allein den oben genannten Initiativen zu verdanken ist, bleibt Spekulation. Generell kann man feststellen, dass sich in der Gesellschaft ein Sinneswandel vollzogen hat. Auch wenn für viele die Informatik unsichtbar ist und eine techniklastige, abstrakte Wissenschaft bleibt, so wird ihnen bewusst, dass Informatiker in unserer heutigen Gesellschaft wichtig sind. Unser modernes Leben ist das Werk von Programmierern und die Informatik ist das Herz der modernen Informationsgesellschaft. Wir sind von Computern abhängiger denn je und ein Ende dieser Entwicklung ist nicht in Sicht.

Der Informatiker ist auch nicht mehr der, der er vielleicht vor 20 oder 30 Jahren noch war. Damals wurden heute große Firmen in Garagen gegründet und man bastelte mit nur wenig Budget an Hard- und Software, die nur wenige bedienen konnten. Heutzutage muss er sich in die verschiedensten Szenarien hineindenken, um eine Lösung für die Problemstellung zu finden. Teamarbeit und Kommunikation mit den Kollegen und Kunden ist sehr wichtig geworden. Dafür sind die Charaktereigenschaften eines klassischen Nerds eher kontraproduktiv. In den Softwareschmieden und Studios arbeiten Programmierer mit Gestaltern, Mathematikern, Beratern etc. zusammen. Interdisziplinarität ist da genauso gefragt wie in anderen Branchen. Die Zeiten, in denen Informatiker in Kellerlaboren unter sich blieben, sind vorbei.

Auch trägt der Durchschnittsinformatiker keine Hornbrille auf seinem verpickelten Gesicht, womit wir wieder bei der Ausgangsfrage sind. Sind Informatiker fotogen? Ängelant sind. Hier muss man Film und Wirklichkeit getrennt bewerten. Im Film ist das je nach Rolle sehr unterschiedlich. Nebenrollen sind des Öfteren mit klassischen Stereotypen besetzt, während in den Hauptrollen gut aussehende Männer agieren. Hugh Jackman, der 2001 in "Passwort: Swordfish" einen Hacker spielt, wurde sogar einmal zum "Sexiest Man Alive" gewählt. In der Realität sind Informatiker Menschen wie andere auch und sind in der Regel nicht von Mitmenschen zu unterscheiden.

Literatur

- [Ant12] AntMe! e.V. AntMe! — Die Ameisensimulation, 2012. <http://www.antme.net/pages/home>, besucht: 05.04.2012.
- [Bun07] Bundesministerium für Bildung und Forschung. Das Informatikjahr – Wissenschaftsjahr 2006, 2007. <http://www.informatikjahr.de>, besucht: 05.04.2012.
- [Bun12] Bundesweit Informatiknachwuchs fördern, 2012. <http://blog.boulderdigitalarts.com/2010/12/why-does-hollywood-hate-tech-folk>, besucht: 05.04.2012.

- [Gei12] Geiger, Raphael. Nerds halten die Welt am Laufen. *ZEIT Campus*, (2):51–52, März 2012.
- [Ges12] Gesellschaft für Informatik e.V. (GI), 2012. <http://www.gi.de>, besucht: 05.04.2012.
- [Gut08] Gutknecht, Jürg und Hromkovic, Juraj. Gradlinige Querdenker, 2008. http://www.nzz.ch/nachrichten/kultur/medien/gradlinige_querdenker_1.1196875.html, besucht: 05.04.2012.
- [Kö11] Köver, Chris. Ihr coolen Streber!, 2011. <http://www.zeit.de/campus/2011/04/nerds/seite-1>, besucht: 05.04.2012.
- [Kel09] Kelter, Udo. Proseminar Informatik Image der Informatik , 2009. http://pi.informatik.uni-siegen.de/lehre/2009s/2009s_psi.html, besucht: 05.04.2012.
- [Kom12] Kompetenzzentrum Technik-Diversity-Chancengleichheit e.V. Studienjahr & Prüfungsjahr 2010: Daten & Fakten, 2012. <http://www.komm-mach-mint.de/Service/Daten-Fakten/Studienjahr-Pruefungsjahr-2010>, besucht: 05.04.2012.
- [Mes08] Mesmer, Alexandra. Programmieren ist langweilig: Warum Abiturienten die Informatik verschmähen, 2008. <http://www.computerwoche.de/karriere/hp-young-professional/1871307/index.html>, besucht: 05.04.2012.
- [Mit07] Mitrokhina, Tatiana. Common Misconceptions in Movies about Computers, 2007. <http://www.medien.ifi.lmu.de/lehre/ws0607/mmi1/essays/Tatiana-Mitrokhina.xhtml>, besucht: 05.04.2012.
- [Nie06] Nielson, Jakob. Usability in the Movies – Top 10 Bloopers, 2006. <http://www.useit.com/alertbox/film-ui-bloopers.html>, besucht: 05.04.2012.
- [Pic99] Warner Bros. Pictures. The Matrix. DVD, 1999. Dir. Andy Wachowski and Larry Wachowski. Perf. Keanu Reeves.
- [Saw11] Sawall, Achim. Informatik: Starke Zunahme bei Studienanfängern, 2011. <http://www.golem.de/1111/88007.html>, besucht: 05.04.2012.
- [Tay10] Taylor, Dave. Why does Hollywood hete tech folk?, 2010. <http://blog.boulderdigitalarts.com/2010/12/why-does-hollywood-hate-tech-folk>, besucht: 05.04.2012.
- [tCF07] 20th Century Fox. Stirb langsam 4.0. DVD, 2007. Dir. Len Wiseman. Perf. Bruce Willis.
- [Tog] Tognazzini, Bruce. STARFIRE – A Vision of Future Computing. <http://asktog.com/starfire>, besucht: 05.04.2012.
- [Web09] Weber, Robert. Das ganz inoffizielle Image der Informatik, 2009. http://pi.informatik.uni-siegen.de/lehre/2009s/2009s_psi/weber/

Ausarbeitung.html, besucht: 05.04.2012.

- [Wik12a] Wikipedia, die freie Enzyklopädie. Denial of Service, 2012. <http://de.wikipedia.org/wiki/DDoS>, besucht: 05.04.2012.
- [Wik12b] Wikipedia, die freie Enzyklopädie. Nerd, 2012. <http://de.wikipedia.org/wiki/Nerd>, besucht: 05.04.2012.
- [Wik12c] Wikipedia, die freie Enzyklopädie. Serious Game, 2012. http://de.wikipedia.org/wiki/Serious_Game, besucht: 05.04.2012.
- [Wik12d] Wikipedia, die freie Enzyklopädie. Sitcom, 2012. <http://de.wikipedia.org/wiki/Sitcom>, besucht: 05.04.2012.
- [Wik12e] Wikipedia, die freie Enzyklopädie. The IT Crowd, 2012. <http://de.wikipedia.org/wiki/Nerd>, besucht: 05.04.2012.



Origami

—

Wer hat die schönsten Falten?

JOHANNES CAMIN

Ursprünge

Der Begriff Origami leitet sich aus den beiden japanischen Worten "oru" (falten) und "kami" (Papier) ab und steht damit für die traditionelle Kunst des Faltens von Papiermodellen. Die Wurzeln liegen bereits im alten China um 200 nach Christus. Dort stellte man das erste Mal Papier nach dem heute bekannten Verfahren her [Pot12], wodurch das getrocknete Papierblatt homogen war und eine glatte Oberfläche aufwies. Es behielt nach dem Knicken seine Form und man vermutet, dass es bereits damals von den Samurai zum Verpacken von Geschenken (noshi) genutzt wurde.

Erste Faltechniken wurden ausschließlich mündlich überliefert und gelangten erst 500 Jahre später nach Japan. Zunächst war die Papierherstellung noch sehr teuer, sodass Origami-Kunst der reichen Bevölkerung vorbehalten blieb und überwiegend religiöse und symbolische Bedeutung besaß.

Das 1797 in Japan erschienene "How to fold a thousand cranes" [Com12] stellt dann die erste schriftliche Anleitung zum Falten von Kranichen dar und markiert damit einen Zeitpunkt, zu dem Papier auch für die ärmeren Schichten erschwinglich war. Origami-Modelle wandelten sich in eine Form des Zeitvertreibs, und es entstand ein regelrechter Ehrgeiz, sich immer neue Figuren auszudenken.

Moderne

Zu seiner weltweiten Popularität gelangte Origami schließlich durch den "Vater des Origami Akira Oshizawa. Sein Lebenswerk besteht aus ca. 50.000 Papiermodellen, von denen er die meisten selbst entwarf. Zudem erschuf er ein einheitliches System an Regeln und Symbolen für Faltdiagramme und legte damit den Grundstein für die Verbreitung und den internationalen Austausch von gefalteten Figuren.

Durch das wachsende Interesse im Alltag, der Bildung und Kunst wurde Origami vor 20 Jahren schließlich auch zum wissenschaftlichen Thema – vor allem durch die mathematische Behandlung der geometrischen Probleme des Themas. Mithilfe von neuen Konstruktionsalgorithmen und Designstrategien erlebt Origami zurzeit eine Revolution und findet heute unter anderem in der Medizin, Astronomie und biophysikalischen Chemie Anwendung.

Geometrische Konstruktionen

Die traditionellen Origamiregeln sind von jeher die gleichen und bilden die Basis für alle Entwicklungen. Man nehme ein quadratisches Blatt Papier und falte daraus ohne zu schneiden oder zu kleben ein Modell. Bei einfachen Figuren bedient man sich der klassischen Faltdiagramme, welche jeden Schritt einzeln zeigen. Beim fortgeschrittenen

Origami geht man aufgrund der zahlreichen Faltmanöver dazu über, in ein Quadrat alle nötigen Falten und ihre Knickrichtung einzuzichnen. Es entsteht dabei ein Muster aus Berg- und Talfalten, welches als Crease Pattern bezeichnet wird.

Ein geübter Origamikünstler kann nun nur mit den Eckpunkten und Begrenzungskanten des Quadrates beginnend alle Falten des Crease Patterns konstruieren und aus ihnen die gewünschte Figur falten.

Geometrisch betrachtet stehen ihm dafür Kanten und Punkte zur Verfügung. Kanten sind entweder eine Randkante des Quadrates oder eine neu hinzugefügte Faltkante. Punkte sind entweder ein Eckpunkt des Quadrates oder der Schnittpunkt zweier beliebiger Kanten.

Als einfaches Beispiel für den Einfluss der Mathematik auf die Origami-Techniken soll die wiederholte Halbierung des Papiers dienen. Indem man zwei Punkte aufeinander faltet, halbiert sich die Strecke zwischen diesen. Die Methode ist der Konstruktion mit Zirkel und Lineal sehr ähnlich. Durch erneutes Halbieren aller Teilkanten verdoppelt sich deren Anzahl. Es entstehen dabei immer Verhältnisse mit einer Potenz von 2 im Nenner – binäre Brüche.

Tesselating

Bereits das gleichmäßige Unterteilen des Blattes findet erstaunliche Anwendungen. Beim sogenannten Tesselating [ORC11] nutzt man die starke Regelmäßigkeit von geometrischen Grundformen, wie dem gleichseitigen Dreieck. Durch sauberes Vorfalten des Papiers sowohl in der horizontalen als auch in den beiden gekreuzten diagonalen Richtungen ergibt sich ein gekacheltes Dreiecksmuster aus Falten. Dieses lässt sich in die verschiedensten Formen bringen, welche typischer Weise selbst stark geometrisch sind.

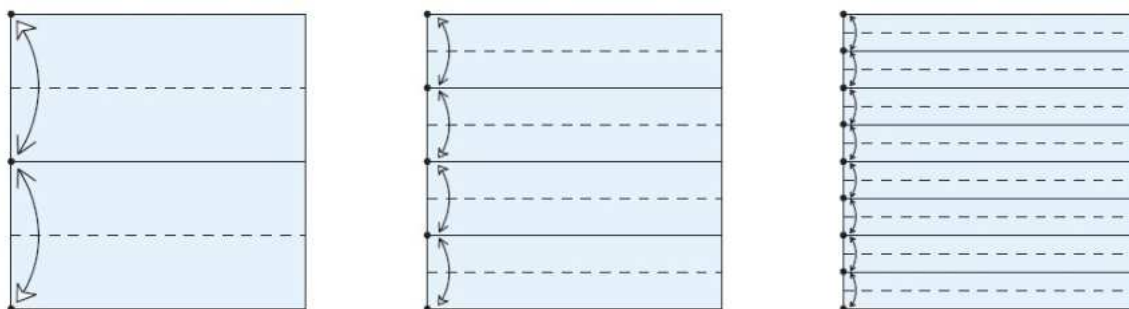
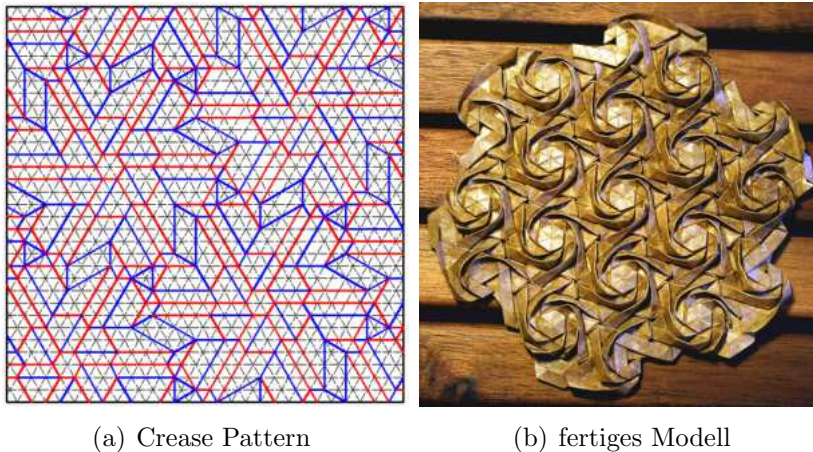


Abbildung 1: Unterteilung eines Quadrates in 4tel, 8tel und 16tel [Lan03]



(a) Crease Pattern

(b) fertiges Modell

Abbildung 2: Crease Pattern (a)[Kwa09a] und gefaltete Figur (b)[Kwa09b] eines Tesselatings mit gleichseitigen Dreiecken

Algorithmen

Ein offensichtlicher Nachteil des Tesselatings sind die vielen ungenutzten Hilfskanten. Zum einen sehen sie auf großen, ebenen Flächen nicht schön aus, zum anderen stellen sie gerade bei größeren Faltprojekten einen wesentlichen Aufwand dar. Viel schöner wäre eine Origami-Figur mit der gleichen Form und weniger Hilfskanten. Entlehnt aus der theoretischen Informatik sucht man also für ein bestimmtes Problem (Origami-Figur) einen Faltalgorithmus, dessen Aufwand (Anzahl an Faltschritten) möglichst klein sein soll.

Vergleichbar mit moderner Softwareentwicklung unterteilt man das komplexe Problem in granulare Teilprobleme. Sie sind leichter überschaubar und ihre Lösungen können wieder verwendet werden. Beim Origami bestehen die kleinsten Teilprobleme fast immer aus dem gezielten Konstruieren von bestimmten Verhältnissen innerhalb des Quadrates.

Binärer Faltalgorithmus

Durch das wiederholte Halbieren lassen sich, wie bereits erklärt, alle binären Brüche konstruieren. Allerdings entspricht der Aufwand $2^n - 1$ Faltschritten und es entstehen entsprechend viele ungewollte Hilfskanten. Um nun gezielt einen ganz bestimmten Bruch zu falten, hat Robert Lang den binären Faltalgorithmus entwickelt. Statt ständig alle Teilkanten zu halbieren, lässt er einfach diejenigen weg, die nicht gebraucht werden.

Am leichtesten zu verstehen ist dieser, wenn man den Vorgang des Halbierens zunächst nur von einer Seite durchführt. Dabei entstehen Unterteilungen des Papiers von $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}, \frac{1}{4} : \frac{3}{4}, \frac{1}{8} : \frac{7}{8}, \dots, \frac{1}{2^n} : 1 - \frac{1}{2^n}$.



Abbildung 3: Kunstvolle Maske mithilfe von Tesselating gefaltet

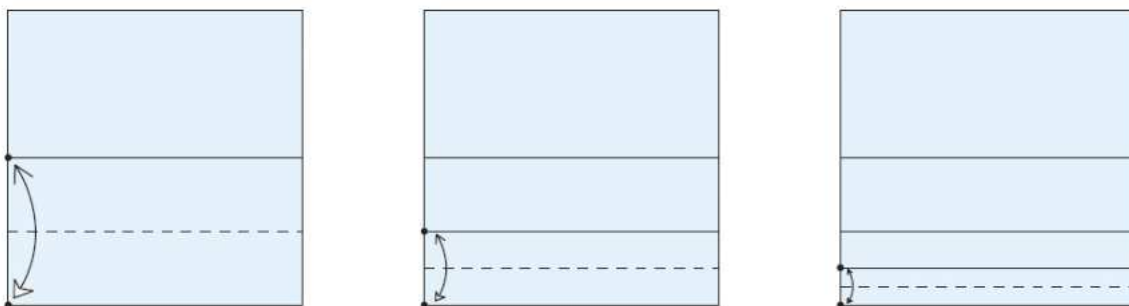


Abbildung 4: Verhältnisse von $\frac{1}{4} : \frac{3}{4}$, $\frac{1}{8} : \frac{7}{8}$ und $\frac{1}{16} : \frac{15}{16}$

Entscheidend dabei ist, immer von der unteren Kante zur zuletzt gefalteten Hilfskante zu falten. Sobald man bei einem der Zwischenschritte von der oberen Kante faltet, ergibt sich ein anderes Verhältnis $\frac{x}{2^n}$ [Lan03]. Genau hier setzt der binäre Faltalgorithmus an. Er beschreibt, in welcher Reihenfolge von unten oder oben aus halbiert werden muss, um die Ausgangsstrecke im gewünschten Verhältnis zu teilen.

Wenn man die beiden Möglichkeiten, von unten oder oben zu falten, durch 0 und 1 repräsentiert, ergibt sich für jeden Bruch eine Folge aus 0en und 1en. Diese wiederum

lässt sich aus der binären Form eines Bruches herleiten, indem man die Ziffern hinter dem Komma von rechts aus liest. Am Ende sieht der binäre Faltalgorithmus wie folgt aus:

1. Man schreibe den Bruch in seiner binären Form auf.
2. gehe von rechts nach links alle Nachkommastellen durch und falte:
 - Für jede 0 von oben zur letzten Hilfskante
 - Für jede 1 von unten zur letzten Hilfskante
3. Die letzte Faltkante teilt die Ausgangskante im gewünschten Verhältnis

Seine Stärken zeigt der binäre Faltalgorithmus vor allem bei endlichen binären Brüchen, da er sehr intuitiv anwendbar ist und den Aufwand auf $n - 1$ senkt. Er erlaubt aber auch die Annäherung an periodische binäre Brüche durch runden der Periode. Je mehr Nachkommastellen man für das Entscheidungsmuster verwendet, umso genauer trifft man den Bruch. In der Praxis reichen dabei je nach Papiergröße und Genauigkeit bereits 5 bis 7 Schritte aus.

Kreuzende Diagonalen

Die Konstruktion der sich kreuzenden Diagonalen erweitert die einfachen Methoden des binären Faltens um die rationalen Brüche. Durch die gezielte Konstruktion zweier sich schneidender Kanten gelangt man zu deren Schnittpunkt. Dieser teilt beide Kanten im selben Verhältnis. Entscheidend ist nun, wie man die Diagonalen definiert. Die erste Diagonale legen wir einfach als Kante zwischen zwei Eckpunkte des Quadrates fest. Die zweite beschreiben wir durch zwei Punkte auf sich gegenüberliegenden Seiten und markieren sie durch die Distanzen an den Randkanten w und x .

Nun kann man für jedes beliebige Teilungsverhältnis w und x ausrechnen. Der praktische Nutzen besteht darin, dass für einige geläufige rationale Brüche wie z.B. $\frac{1}{3}$ sowohl w als auch x binäre Brüche sind. Das heißt, man kann w und x sehr einfach konstruieren, um einen rationalen Bruch exakt durch den Schnittpunkt der Diagonalen bestimmen zu können. Dadurch verringert sich der Faltaufwand im Gegensatz zum reinen binären Faltalgorithmus drastisch.

Für $\frac{1}{3}$ betragen die ausgerechneten Distanzen $w = \frac{1}{2}$ und $x = 0$. Es kommt also in diesem Fall vereinfachend hinzu, dass man nur den Hilfspunkt für w konstruieren muss und für x die rechte untere Ecke des Quadrates nehmen kann. Die entsprechenden Faltschritte sehen wie folgt aus.

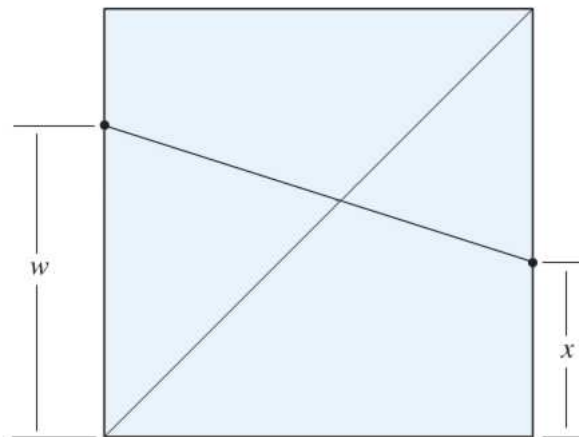


Abbildung 5: Konstruktion zum Finden eines rationalen Bruches [Lan03]

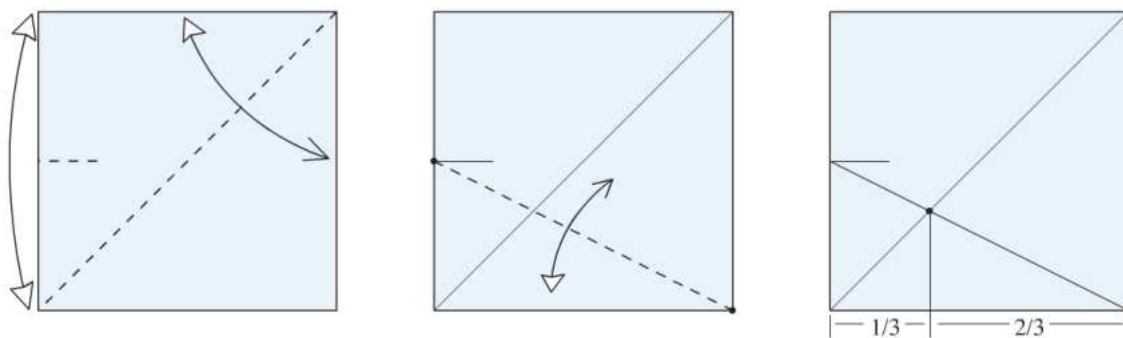


Abbildung 6: Konstruktion von $\frac{1}{3}$ [Lan03]

Design

Einer der fesselnden Aspekte von Origami ist das Entwerfen eigener Figuren. Vor allem das Tierreich bietet eine schier unüberschaubare Pracht an Vorlagen, sodass die folgenden Erklärungen anhand eines Käfers gezeigt werden sollen.

Lange Zeit entwarf man neue Modelle vor allem durch Ausprobieren und genügend Falterfahrung. Zudem ist diese Vorgehensweise sehr zeitaufwendig, da alle Überlegungen nur im Kopf stattfinden, bevor man das Papier faltet. Entsprechend zeigten die Modelle meist wenig Details und bildeten die Originaltiere nur abstrakt nach. Im Gegensatz dazu sind durch heutige Designmethoden Motive mit annähernd beliebigen Detailgrad möglich. Um diesen mathematisch fundierten Methoden auf den Grund zu gehen, muss



(a) Foto



(b) Origamimodell

Abbildung 7: Foto (a)[cer10] und Origamimodell (b)[Lan08] eines Hirschkäfers (Modell von Robert J. Lang)

man sich zunächst die Frage stellen wie sich zusätzliche Details auf das Crease Pattern auswirken.

Flaps

Mehr Details definieren sich am Beispiel einer Käfers erst einmal durch viele Gliedmaßen, zusätzliche Flügel, Fühler oder Greifwerkzeuge. Die Vorgehensweise, um ein einzelnes Bein aus einer Ecke des Quadrates zu falten, sieht wie folgt aus:

Man halbiert den Winkel einer Ecke so lange bis die gewünschte Dicke des Beines erreicht ist. Dann faltet man die entstandene Spitze bei der Länge um, die das Bein später haben soll. Dieses dreieckige Gebilde nennt man Flap.

Faltet man diese wieder auseinander, bilden die Faltkanten einen Polygonzug, der aus Kreissegmenten besteht und die sich bei immer feinerer Unterteilung einem Kreis annähern, dessen Radius sich aus der Länge des Flaps ergibt und dessen Mittelpunkt der Spitze des Flaps entspricht. Prinzipiell können Flaps an jeder Stelle des Papiers konstruiert werden. So entstehen auf Eckpunkten Viertelkreise, auf Randkanten Halbkreise und innerhalb des Quadrates Vollkreise.

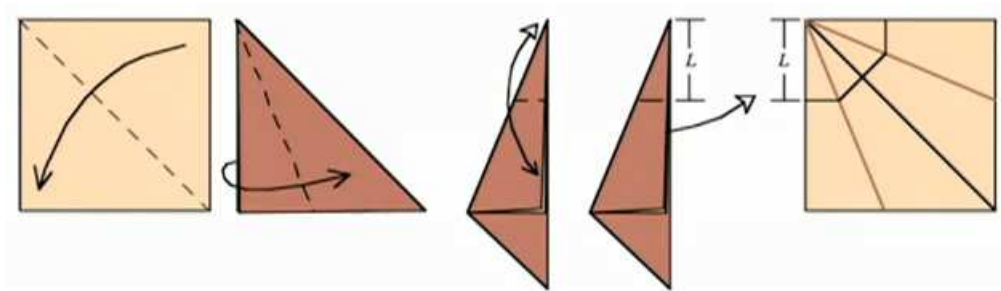


Abbildung 8: Flap in Ecke des Quadrates mit Länge L [TED08]

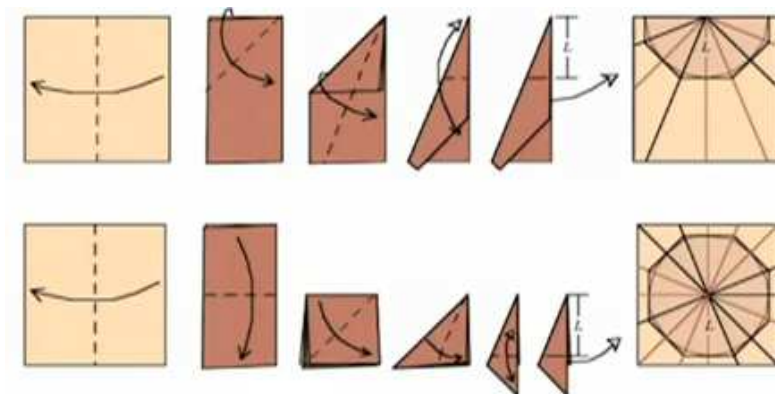


Abbildung 9: Flaps auf der Kante und im Mittelpunkt des Quadrates[TED08]

Das restliche Papier außerhalb des Kreises kann für weitere Details benutzt werden. Man fügt einfach weitere Flaps hinzu. Dabei dürfen sich die entstehenden Kreise nicht überschneiden.

Vom Original zum Papiermodell

Das Vorgehen, einen Käfer möglichst naturnah nachzubilden, lässt sich nun in folgende drei Schritte unterteilen:

1. Der Aufbau des Käfers wird in einem Baumgraphen festgehalten. Jeder Node innerhalb des Graphen stellt den Mittelpunkt eines Kreises dar. Somit bestimmen die Radien der Kreise (Beinlängen) die Abstände zwischen den Nodes.
2. Der entstandene Graph und die dazugehörigen Kreise werden in ein Faltmuster übergeführt, welches sich zu einer flachen Grundform mit den nötigen Flaps falten lässt. Dieser Schritt erfordert normalerweise viel Erfahrung. Er kann aber auch durch Software, wie "Treemaker"[TED08], übernommen werden. Zudem ordnet

dieses Programm die Kreise innerhalb des Quadrates optimal an und löst damit das zweidimensionale Packungsproblem.

3. Die entstandene Base wird nun zum fertigen Käfer gestaltet bzw. verfeinert. Dieser Schritt verlangt Erfahrung in den herkömmlichen Falttechniken.

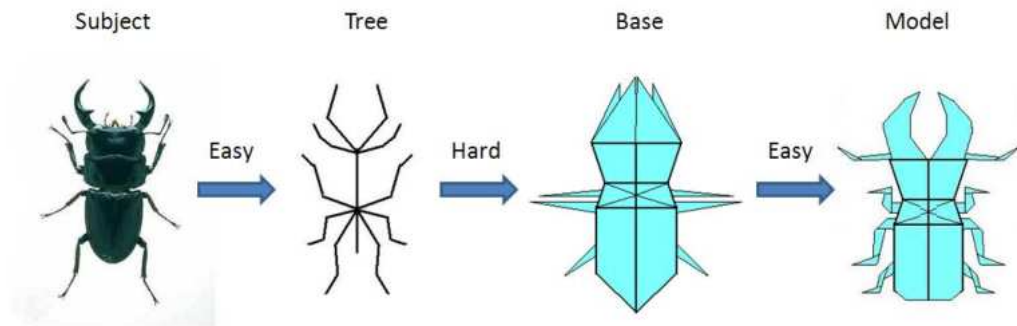


Abbildung 10: Drei Schritte vom Original zum Origamimodell[TED08]

Ausblick

Origami vereint vielerlei Eigenschaften, welche es zusammengenommen zu einem beeindruckenden Phänomen machen. Jeder kann die grundlegenden Techniken prinzipiell umsetzen. Geeignetes Papier ist fast überall verfügbar und einfache Grundformen und wie der Kranich bieten einen leichten Einstieg und schnelle Erfolge. Es finden sich unzählige Faltanleitungen und Crease Patterns in den verschiedenen Schwierigkeitsgraden. Hilfe und Tipps gibt es sowohl in Video-Tutorials als auch von Profis und Origami-Vereinen. Letztere veranstalten regelmäßig Conventions und Kurse. Wer die Herausforderung mag, kann an Designwettbewerben teilnehmen. Das berühmteste Beispiel sind die sogenannten BugWars, bei denen von Veranstaltung zu Veranstaltung um den detailliertesten und naturgetreuesten Käfer gewetteifert wurde. Über die Jahre hinweg entstanden so atemberaubende Kunstwerke, bei denen man auf den ersten Blick den Unterschied zum Original nicht erkennen kann.

Schlussendlich bleibt noch zu sagen, dass Origami auch in der Wissenschaft weiterhin interessant bleibt. Neben einigen gelösten Problemen gibt es weiterhin offenstehende Fragen [Dem10]. Einerseits geht es um theoretische Grundlagen des Zusammen- und Auseinanderfaltens in 2D und 3D. Andererseits entwickeln sich interdisziplinäre Anwendungen, wie z.B. das Falten von Proteinen auf molekularer Ebene, oder das effiziente Verpacken von Airbags[Lan99].

Literatur

- [cer10] Electronics specimen box, 2010. http://www.geocities.co.jp/HeartLand/9550/lucanus_cervus2.jpg.
- [Com12] Wikimedia Commons. Hiden Senbazuru Orikata, 2012. http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Hiden_Senbazuru_Orikata.
- [Dem10] Prof. Erik Demaine. Geometric folding algorithms: Linkages, origami, polyhedra (fall 2010), 2010.
- [Kwa09a] Daniel Kwan, 2009. www.flickr.com/photos/8303956@N08/3747835028/.
- [Kwa09b] Daniel Kwan, 2009. <http://www.flickr.com/photos/origamijoel/3226034160/>.
- [Lan99] Robert J. Lang. Airbag Folding, 1999.
- [Lan03] Robert J. Lang. Origami and Geometric Constructions, 2003.
- [Lan08] Robert J. Lang. Stag beetle bp, opus 477, 2008.
- [ORC11] Origami-Resource-Center.com. Origami Tessellations, information and links., 2011. <http://www.origami-resource-center.com/origami-tessellations.html>.
- [Pot12] Dieter Pothmann. International paper historians (iph) / dieter pothmann's report on the china expedition 1999, 2012.
- [TED08] TED. *Idea + square = origami*, 2008.



Die Kontinuumshypothese

—

Vom Scheitern am Unlösbaren

DANIEL KÖNIG
DANIEL SCHMITZ

Welcher Student kennt es nicht: trotz mehrtägigem Grübeln, mehreren Litern Kaffee und einem Dutzend leerer Keksdosen bleibt die Übungsaufgabe unlösbar. Eine Woche später steht man in der Übung die fünf Zeilen lange Lösung an der Tafel und fragt sich: „wieso bin ich DA nicht drauf gekommen?“

Doch was passiert, wenn ein Problem tatsächlich nicht lösbar ist? Was, wenn die Beschäftigung mit diesem Problem zur Obsession wird? Dieser Frage möchten wir im Folgenden nachgehen. Dazu stellen wir zwei große Mathematiker - Georg Cantor und Kurt Gödel - vor, die sich mit demselben Problem beschäftigten und daran scheiterten.

Georg Cantor - unendlich, unendlicher, am unendlichsten



Geboren wurde Georg Cantor am 03. März 1845 in St. Petersburg. Nach ihm schenkten seine Eltern Georg Woldemar und Marie Cantor noch drei weiteren Kindern das Leben. Georg Woldemar Cantor war ein erfolgreicher Kaufmann und verdiente im Laufe seiner Lebenszeit ein Vermögen von 500.000 Goldmark, wodurch der Familie Cantor ein finanziell unbeschwertes Leben möglich war. Durch seine ausgeprägten mathematischen Fähigkeiten stach Georg Cantor aus seiner Familie heraus, die größtenteils eher musisch begabt war. Was jedoch die gesamte Familie Cantor teilte, war eine ausgeprägte Religiosität. Während Georg Woldemar Cantor sich eindeutig der evangelischen Kirche zugehörig fühlte, entwickelte Georg Cantor eine eigene Interpretation des Göttlichen. Er

folgte nicht der kirchlichen Lehre, sondern glaubte an einen eigenen Gott, der ihm seine mathematischen Erkenntnisse erst ermöglicht habe. Im Alter von elf Jahren siedelte Georg Cantor mit seiner Familie nach Deutschland über und besuchte dort das Gymnasium in Wiesbaden. Er war von Beginn an ein ausgesprochen guter Schüler und sein mathematisches Talent war früh zu erkennen. So verspürte Georg Cantor bereits früh den Wunsch Mathematik zu studieren. Sein Vater allerdings hätte seinen Sohn lieber in einer finanziell attraktiveren Ingenieursausbildung gesehen. Vater und Sohn Cantor verband ihr Leben lang ein gutes Verhältnis und Georg Cantor hätte ohne die Zustimmung seines Vater vermutlich nie das Mathematikstudium begonnen, doch konnte der Vater den Wunsch Georg Cantors nicht lange verwehren und erteilte ihm letztlich seinen Segen. Das Studium begann Cantor 1862 in Zürich, wo er aber nur für ein Jahr bleiben sollte. Nach dem Tod seines Vaters im Frühjahr 1863 unterbrach Cantor sein Studium für ein Semester, um es anschließend in Berlin fortzusetzen. Für seine mathematische Laufbahn hatte dieser Wechsel des Studienorts sicher positive Auswirkungen, da zur damaligen Zeit, im Gegensatz zu Zürich, viele führende Mathematiker in Berlin lehrten. Unter anderem wurde Cantor dort von Weierstrass, Kummer und Kronecker unterrichtet. Das zunächst fast freundschaftliche Verhältnis zu letzterem sollte sich im Laufe der Zeit aufgrund der Ablehnung Cantors Mathematik durch Kronecker noch zu einer Feindschaft wandeln. 1866 unterbrach Cantor sein Studium dann erneut für ein Semester und brachte es dann 1867 in Göttingen zu Ende. Bereits im selben Jahr kehrte er jedoch nach Berlin zurück und promovierte über ein zahlentheoretisches Thema. Nach seiner Promotion versuchte sich Cantor zunächst im Lehrberuf, doch blieb es aufgrund seiner mangelnden pädagogischen und didaktischen Fähigkeiten bei diesem Versuch und als sich 1869 die Möglichkeit einer Habilitation und die Aussicht auf ein Ordinariat in Halle bot, nutzte Georg Cantor diese Chance. Er habilitierte sich im Frühjahr dieses Jahres in Halle und arbeitete ab diesem Zeitpunkt dort als Privatdozent. Die Stelle des Ordinarius erhielt er erst zehn Jahre später. Georg Cantor fühlte sich trotz eines erfüllten Privatlebens in Halle nie wirklich heimisch. Er heiratete 1874 Vally Guttmann, mit der er fortan eine glückliche Ehe führte. Im selben Jahr veröffentlichte Cantor auch seine erste Arbeit über die Mengenlehre, jenes Gebiet, auf der die moderne Mathematik aufgebaut ist und für dessen Begründung er sein Leben lang schlimmste Anfeindungen ertragen musste. Nachdem Gerorg Cantor 1879 zum Ordinarius ernannt worden war, schrieb er sein mathematisches Hauptwerk. Um zu verstehen, auf welcher vielfältigen Art Cantor letztendlich in seinem Leben gescheitert ist, muss man wissen, was dieses Hauptwerk beinhaltet. Was Cantor neu entdeckte, war die Erkenntnis, dass die Menge der rationalen Zahlen \mathbb{Q} abzählbar ist. Diese Erkenntnis an sich war jedoch noch nicht revolutionär. Es bestand immer noch die Möglichkeit, dass alle unendlichen Mengen abzählbar sind. Dies widerlegte Cantor jedoch mit seinem zweiten Diagonalverfahren, mit dem er zeigen konnte, dass die Menge der reellen Zahlen \mathbb{R} nicht abzählbar, also überabzählbar ist. Mit dieser Erkenntnis gelang Cantor erstmals eine qualitative Unterscheidung "verschieden großer" unendlicher Mengen. Er hatte gezeigt, dass es nicht nur eine Unendlichkeit gibt, sondern, dass es Mengen gibt, die in gewissem Sinne unendlicher sind als andere Mengen. Doch damit nicht genug. Cantor konnte sogar zeigen, dass die Potenzmenge, also die Menge

aller Teilmengen einer unendlichen Menge, qualitativ mehr, oder, wie wir heute sagen, mächtiger ist, als die Ausgangsmenge. Damit hatte er gezeigt, dass zu jeder unendlichen Menge immer noch eine Menge existiert, die "noch unendlicher" ist und somit, dass unendlich viele Abstufungen des Unendlichen existieren. Für einen Teil der mathematischen Fachwelt, die bis dahin einen solchen Umgang mit dem Unendlichen größtenteils gemieden hatte, teilweise sogar als göttlich oder unberührbar ansah, waren Cantors Erkenntnisse ein Schock. Seine Mengenlehre wurde als Krankheit bezeichnet, von der die Mathematik möglichst schnell geheilt werden müsse. Cantor selbst wurde als Ketzer beschimpft und für seine revolutionären Erkenntnisse verachtet. Allen voran sein früherer Weggefährte Kronecker sprach Cantors Erkenntnissen jeden relevanten Nutzen und jegliche Bedeutung ab. Doch hatte Cantor gegen Ende seines mathematischen Hauptwerks nicht nur mit der Ablehnung der mathematischen Fachwelt zu kämpfen. Auch ein selbst geschaffenes Problem bereitete ihm zunehmend Sorge: Die Kontinuumshypothese. Cantor hatte bereits gezeigt, dass die rationalen Zahlen abzählbar, also gleichmächtig zur Menge der natürlichen Zahlen sind und er hatte auch gezeigt, dass die reellen Zahlen gleichmächtig zur Potenzmenge der natürlichen Zahlen sind. Die Frage, die er sich nun stellte, war: Gibt es zwischen den Mächtigkeiten der rationalen und der reellen Zahlen noch eine Mächtigkeit, die sich von beiden qualitativ unterscheidet? Oder allgemeiner: Existiert eine Mächtigkeit zwischen den Mächtigkeiten einer Menge und ihrer Potenzmenge? Die negative Antwort auf diese Frage wurde später als Kontinuumshypothese bekannt. Im gesamten sechsten und letzten Teil von Cantors Hauptwerk versucht er fast ausschließlich diese Frage zu beantworten - doch ohne Erfolg. Das Tragische daran ist, dass der Grund seines Scheiterns weder zu geringe mathematische Fähigkeiten noch sonstige Hindernisse waren, sondern dass sein Streben von Beginn an zum Scheitern verurteilt war. Cantors Hypothese sollte das erste prominente Beispiel werden, das mit den modernen mathematischen Axiomen der Mengenlehre weder zu beweisen noch zu widerlegen ist. Die Existenz solcher Aussagen wurde von Kurt Gödel, dem zweiten großen Protagonisten in der Geschichte der Kontinuumshypothese, bewiesen. Nach jahrelangem Suchen nach einer Antwort auf die Kontinuumshypothese und unzähligen Anfeindungen gegen sein mathematisches Werk und ihn persönlich kam es 1884 zum ersten psychischen Zusammenbruch Georg Cantors. Er wurde in das Sanatorium in Halle eingewiesen und er sollte sich von diesem Zusammenbruch nie wieder völlig erholen. Zwar wurde Cantor noch im Sommer 1884 wieder entlassen, doch sein mathematisches Selbstwertgefühl war durch sein Scheitern auf doppelter Ebene völlig zerstört. Unter anderem dankte er seinem Freund Mittag-Leffler dafür, dass dieser sich noch an die Kleinigkeiten erinnern würde, die Cantor entdeckt habe. Auch wendete er sich zunächst von der mathematischen Forschung ab, widmete sich mehr der Philosophie und wurde Anhänger der Bacon-Shakespeare-Theorie. Diese besagt, dass William Shakespeare seine Werke nicht selbst verfasst haben soll, sondern nur als Strohmann für den Lordkanzler Francis Bacon gedient habe. Doch auch dieser Lebenswandel konnte den psychisch angeschlagenen Cantor nicht vor immer wiederkehrenden Aufenthalten im Sanatorium bewahren. Cantors mathematisches Selbstbewusstsein konnte erst wieder aufgebaut werden, als in den folgenden Jahren nach und nach die Bedeutung seiner Arbeit von der mathematischen

Fachwelt anerkannt wurde. So gelang es Cantor sogar, 1890 die Deutsche Mathematikervereinigung mitzugründen und ihr erster Vorsitzender zu werden. International wurde die Bedeutung seiner Arbeit im Zuge des internationalen Mathematikerkongresses 1897 erkannt. In Folge dessen wurde Cantor 1901 Ehrenmitglied der London Math. Society, 1902 Ehrendoktor der Universität Christiania in Oslo und 1911 Ehrendoktor der Universität St. Andrews. Zu seinem 70. Geburtstag ließ die Deutsche Mathematikervereinigung sogar zu seinen Ehren eine Marmorbüste anfertigen. 1913 zwang ihn seine Krankheit die Lehrtätigkeit niederzulegen. 1918 starb Cantor nach mehrjährigem Aufenthalt im Sanatorium in Halle. Vielleicht mit der mathematischen Fachwelt versöhnt, doch mit der Gewissheit an der Kontinuumshypothese gescheitert zu sein, ohne um die Unmöglichkeit eines Erfolgs gewusst zu haben.

Kurt Gödel - Genie und Wahnsinn



Kurt Gödel wurde am 28. April 1906 in Brünn (damals Österreich-Ungarn) geboren. Schon früh fiel er als wissbegieriger Junge auf, in seiner Familie wurde er *Herr Warum* genannt. Auch in der Schule wurde sein Talent, insbesondere für die Naturwissenschaften, schnell erkannt, gerüchteweise hatte Gödel in seiner gesamten Schulzeit sogar keinen einzigen Übersetzungsfehler in Latein gemacht! In diese Zeit fällt auch der Beginn von Gödels Krankheit: wegen rheumatischen Fiebers war er oft nicht gesund, zusätzlich war er aber auch davon überzeugt, an einem angeborenen Herzfehler zu leiden, trotz gegenteiligen Versicherungen der Ärzte. Zeit seines Lebens vertraute er Ärzten grundsätzlich nicht mehr.

1924 schrieb Gödel sich für Theoretische Physik in Wien ein. Schnell wurde er Mitglied des von dem Philosophen Moritz Schlick gegründeten Wiener Kreises. In diesem akademischen Zirkel kam Gödel mit großen Mathematikern wie Hans Hahn und Karl Menger in Kontakt. Man traf sich wöchentlich in einem Wiener Café und diskutierte sprichwörtlich über Gott und die Welt. Gödel wurde als relativ schweigsamer Zuhörer

beschrieben, der sich insbesondere in nichtmathematischen Gesprächen sehr zurückzog. Vorlesungen von Furtwängler, Menger und Gompertz weckten Gödels Leidenschaft für Logik und die Grundlagen der Mathematik, sodass er 1926 zur Mathematik wechselte. Schon 1929 folgte seine Dissertation mit dem Titel *Über die Vollständigkeit des Logikkalküls*. 1931 veröffentlichte er seine berühmten Unvollständigkeitssätze, die hier kurz skizziert werden sollen.

Unvollständigkeitssatz: Jedes hinreichend mächtige, formale System ist entweder widersprüchlich oder unvollständig.

Zweiter Unvollständigkeitssatz: Jedes hinreichend mächtige, konsistente formale System kann die eigene Konsistenz nicht beweisen.

Diese beiden fundamentalen Sätze setzten Hilberts Versuch, der Mathematik durch einen auf Axiomen aufgebauten Formalismus ein sicheres Fundament zu geben, ein Ende. Einerseits gibt es Aussagen, die sich nicht beweisen oder widerlegen lassen (insbesondere die Kontinuumshypothese) und zusätzlich kann man die Widerspruchsfreiheit der zugrunde liegenden Axiome nicht alleine aus diesen folgern.

Diese revolutionäre Entdeckung präsentierte Gödel das erste Mal am 6.9.1930 auf einer Konferenz in Königsberg, auf der sie kaum beachtet wurde. In den 30er Jahren wurde sie in der mathematischen Fachwelt schließlich aufgenommen und auch trotz ihrer gravierenden philosophischen Implikationen recht schnell akzeptiert, da Gödels Beweise fehlerlos waren. Als führender Logiker seiner Zeit erhielt er 1934 eine Einladung an das Institute of Advanced Study in Princeton, das in den folgenden Jahren als das Mekka der Mathematik bekannt wurde. Die folgenden Jahre lebte Gödel immer wieder abwechselnd in Wien und Princeton.

Um dieselbe Zeit begann sich sein Gesundheitszustand weiter zu verschlechtern. 1934 hielt er sich mehrere Wochen lang in einem Sanatorium auf, um sich zu regenerieren. Gödel hielt sich streng an eine selbst verordnete Diät, die unter anderem zum Frühstück nur ein Ei vorsah. Seine Hypochondrie trieb ihn dazu, krankhaft Fieber zu messen und auch bei schönstem Wetter warme Kleidung zu tragen. Nach dem Mord an dem von ihm verehrten Moritz Schlick erlitt er 1936 einen Nervenzusammenbruch.

Nichtsdestotrotz konnte Gödel weiter herausragende mathematische Arbeiten veröffentlichen: 1938 bewies er, dass die Kontinuumshypothese mit den Zermelo-Frankel-Axiomen und dem Auswahlaxiom nicht widerlegbar ist. Damit hatte er einen Teil des von Cantor gestellten Rätsels gelöst. Doch es blieb die Frage offen, ob die Kontinuumshypothese mit den ZFC Axiomen beweisbar ist. An dieser Frage arbeitete Gödel den Rest seines Lebens. Ähnlich wie Cantor scheiterte auch er schließlich.

1940 emigrierte Gödel mit seiner Frau Adele - die beiden hatten 1938 geheiratet - nach Amerika, 1948 wurde er US-amerikanischer Staatsbürger. Die meisterzählte Anekdote über ihn handelt von der Einbürgerung: Auf die Frage, ob in Amerika eine Diktatur möglich sei, setzte Gödel zu einem minutenlangen Monolog an, es gäbe eine Lücke in der Verfassung, die dies ermöglichen würde. Nur seine Freunde Albert Einstein und Oscar Morgenstern ersparten ihm Schlimmeres und so wurde er doch eingebürgert. In den

folgenden Jahren wurde Gödel mit vielen Preisen ausgezeichnet (u.a. Einstein Award). Währenddessen verschlechterte sich sein Gesundheitszustand weiter: Die Aufenthalte im Sanatorium häuften sich und inzwischen aß er so wenig, dass seine Frau ihn regelrecht füttern musste. Zudem verschlimmerte sich seine Paranoia; ständig hatte er Angst, ausländische Mathematiker (z.B. Paul Erdős) wollten ihn ermorden. Die Krankheit wurde in den fünfziger Jahren so gravierend, dass er dauerhaft Psychopharmaka nehmen musste. Schließlich veröffentlichte er 1958 seine letzte Arbeit und gab in den sechziger Jahren keine Vorlesungen mehr.

Seine Forschung zur Kontinuumshypothese machte keine Fortschritte mehr, einer seiner letzten wissenschaftlichen Artikel trug den Titel *Some Considerations leading to the probable conclusion that the true power of the continuum is \aleph_1* . Einige seiner bei mathematischen Zeitschriften eingereichten Artikel wiesen derart viele Fehler auf, dass sie gar nicht erst veröffentlicht wurden.

Des Rätsels Lösung konnte im Jahre 1963 Paul Cohen veröffentlichen: Er bewies, dass die Kontinuumshypothese nicht mit den ZFC Axiomen beweisbar ist. In einem Brief von Gödel an Cohen kann man gut sehen, welche Leidenschaft Gödel für dieses Thema hegte: die Beweise waren „in jeder wesentlichen Hinsicht ... die bestmöglichen“ und die Lektüre bereitete ihm ein „Vergnügen“ wie „der Besuch eines wirklich guten Theaterstücks“.

Seine letzten Jahre verbrachte Gödel noch mehr als vorher in Sanatorien, aus denen er auch mehrere Male flüchtete. Als 1976 seine Frau wegen eines Schlaganfalls selbst ins Krankenhaus musste, aß Gödel aus Angst, vergiftet zu werden, gar nichts mehr. Aus dem Krankenhaus entlassen, fand Adele ihren Mann todkrank vor, er wog weniger als 40kg. Wenige Wochen später starb Gödel an „malnutrition and inanition caused by personality disturbance“.

An den Schicksalen von Georg Cantor und Kurt Gödel lässt sich erkennen, dass mathematische Leidenschaft - wenn sie zur Obsession wird - zur Gefahr für die Gesundheit und teilweise auch für das gesamte Leben werden kann. Beide Menschen waren von einem mathematischen Problem so besessen, dass sie diesem ihr Leben opferten und letztendlich gezwungenermaßen daran scheiterten. In diesem Zusammenhang wirkt es schon fast beruhigend, wenn für jede obsessiv bearbeitete Übungsaufgabe spätestens eine Woche später eine Lösung präsentiert wird.



Macht und Unmacht von Zahlen

RETHA HEYMANN

Einleitung

Wir begegnen im alltäglichen Leben einer Unzahl von Zahlen. Sie lösen verschiedene Emotionen bei uns aus. Man freut sich vielleicht, wenn man sieht, dass es 70% Rabatt auf eine Lieblingsmarke gibt. Währungswechselrate und Inflationsrate sieht man in den Nachrichten und können einen, je nachdem, beruhigen, beunruhigen, oder langweilen. Wir werden von Politikern informiert, wieviele Milliarden Stuttgart 21 kosten wird, dann wieder wieviel die Kosten reduziert werden könnten. So werden Leute verärgert und verwirrt. Zahlen haben aber oft Folgen und Auswirkungen. Die Frage stellt sich: welche Zahlen sind wichtig, welche sind richtig, und ist es sinnvoll, dass sie einen solch großen Einfluss auf unser Leben und Gesellschaft haben?

Zahlen sind einerseits exakt und deswegen schauen Informationen, die Zahlen enthalten, genau und richtig aus. Sie haben Autorität. Andererseits sind Zahlen oft unverständlich – manchmal weil man nicht weiss, woher sie kommen und manchmal einfach, weil man nicht weiss, was die Bedeutung einer Zahl in irgendeinem Kontext sein soll. Ausserdem hatten viele Leute schlechte Erfahrungen mit Schulmathematik und werden leicht von Formeln, Rechnungen und Zahlen abgeschreckt. Die Folge ist, dass Zahlen eine interessante Art von Macht haben. Wegen dieser Macht werden Zahlen von Politikern in Reden und von Firmen in Werbung benutzt – bewusst oder unbewusst. Andererseits werden Zahlen, die eigentlich wichtige Information ausmachen, oft ignoriert. Zu Politikern, die Zahlen benutzen, folgendes Zitat:

Political tacticians are not in search of scholarly truth or even simple accuracy. They are looking for ammunition to use in the information wars. Data, information, and knowledge do not have to be true to blast an opponent out of the water.

- Alvin Toffler

Es ist uns sicher nicht immer bewusst, dass viele Zahlen, womit geworben wird, die zitiert werden, und die schockieren, beeindrucken, verärgern, erfreuen oder beängstigen, falsch sind. Die Zahlen der Opfer in Kriegen oder in Naturkatastrophen, zum Beispiel, sind oft unterschiedlich in verschiedenen Zeitungen oder ändern sich von einem Tag auf der nächsten.

Siehe dazu [Ket97, DZ94].

Geschichten von Zahlen im alltäglichen Leben

Ziffer in Modellnamen technischer und chemischer Produkten

Die Modellnamen von technischen und chemischen Produkten enden oft mit vielen Ziffern. Es wurde herausgefunden, dass Kunden Modelle mit höheren Zahlen als wertvoller

beurteilen und bereit sind, mehr Geld dafür auszugeben, auch wenn sie objektiv geringwertige Eigenschaften haben.

200% Ersparnis

Eine Firma, die Energiesparlampen produziert, hat einmal in ihrer Werbung bekanntgegeben, dass ihre Lampen 200% Energie einsparen sollen. Ein Kunde hat verblüfft bei der Firma angerufen und gefragt, was die 200% bedeuten sollen. Die Begründung war wie folgt: eine normale Lampe verbraucht 90 Kilowatt Strom, eine Energiesparlampe 30 Kilowatt; die Einsparung ist 60 Kilowatt und 60 dividiert durch 30 mal 100 ergibt 200%.

“Sexiest walk” mathematisch berechnet

(Siehe <http://www.badsience.net/2007/09/imaginary-numbers/> und [Gol10].) “Jessica Alba has the perfect wiggle, study says.” Das war der Titel eines Artikels in The Telegraph am 25. August 2007. Der Artikel ist hier:

<http://www.telegraph.co.uk/news/uknews/1561306/>

[Jessica-Alba-has-the-perfect-wiggle-study-says.html](http://www.telegraph.co.uk/news/uknews/1561306/Jessica-Alba-has-the-perfect-wiggle-study-says.html).

Da steht auch “a team of Cambridge mathematicians” habe das herausgefunden. Es gab aber kein “Team of mathematicians”, das sich mit diesem Thema beschäftigt hat. Es gab nur einen Professor (Richard Weber, “Director Statistical Laboratory Centre for Mathematical Sciences”) , der zugestimmt hat, die Daten statistisch zu analysieren. Die Daten waren von einer Umfrage, in der etwa 800 Männer eine Liste von 10 bekannten Frauen nach “sexiness of walk” geordnet haben. Eine Firma hat wie folgt um Hilfe bei der Analyse der Daten gebeten (Anm.: Fettdruck von mir):

We are conducting a survey into the celebrity top 10 sexiest walks for my client Veet (hair removal cream) and we would like to back up our survey with an equation from an expert to work out which celebrity has the sexiest walk, with theory behind it. We would like help from a doctor of psychology or someone similar who can **come up with equations to back up our findings**, as we feel that having an **expert comment and an equation will give the story more weight**.

Nachdem der Artikel erschienen ist, hat Prof. Weber folgenden Kommentar gemacht:

The Clarion press release was not approved by me and is factually incorrect and misleading in suggesting there has been any serious attempt to do serious mathematics here. No “team of Cambridge mathematicians” has been involved. Clarion asked me to help by analysing survey data from 800 men in which they were asked to rank 10 celebrities for “sexiness of walk”. And Jessica Alba did not come top. She came 7th.

Diese Geschichte finde ich absurd, aber typisch. Daten wurden gesammelt, Statistiken analysiert, aber das Resultat ist nicht das Gewollte und wird geändert. Trotzdem wird behauptet, das Resultat wurde von Statistiken geprüft. Die Leser haben den Artikel wahrscheinlich deswegen als legitim betrachtet.

Statistiken in Gerichtsverfahren

Krankenschwester unter Mordverdacht

(Siehe [Gol10].) Der Fall von Lucia de Berke ist interessant und schockierend. Sie arbeitete für viele Jahre in den Niederlanden als Krankenschwester. Nachdem ein Patient, den sie mitgepflegt hat, anscheinend unerklärbar verstorben war, wurde geschaut, ob sie verdächtig sein könnte. Als dann in ihrer Vergangenheit geforscht wurde, wurde gefunden, dass die Zahl der Patienten, die gestorben sind und von ihr mitgepflegt wurden, außergewöhnlich hoch sei. Davor war keiner dieser Fälle verdächtig, aber sie wurde des Mordes von mehreren Patienten angeklagt. Man hat die Wahrscheinlichkeit, dass so viele Patienten einer Krankenschwester sterben, irgendwie als $1/342\,000\,000$ ausgerechnet. Das machte einen wichtigen Teil der Beweisführung gegen sie aus, und sie wurde schuldig befunden und zur lebenslangen Haft verurteilt. Es gab vor allem Statistiker, die heftig protestiert und erklärt haben, dass Wahrscheinlichkeit so nicht benutzt werden darf. Denn, auch bei solch unwahrscheinlichen Ereignissen erwartet man doch, dass sie manchmal vorkommen. In diesen Fall ist es auch interessant zu bemerken, dass die Sterberate im Krankenhaus, wo Lucia de Berke in den drei Jahren vor der Anklage arbeitete, sogar ein bisschen niedriger war als in den drei Jahren davor, als sie woanders gearbeitet hatte. Ein paar Jahr danach wurde sie doch freigesprochen.

Mutter unter Mordverdacht

(Siehe <http://www.sallyclark.org.uk/>.) ein weiterer Fall war Sally Clark, die in England auf Mord an ihren Zwillingssöhnen angeklagt wurde. Die zwei Jungen sind innerhalb ein paar Wochen nach ihrer Geburt verstorben. Der Grund war wahrscheinlich plötzlicher Kindstod. Doch wurde sie auf Mord an ihren beiden Söhnen angeklagt. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder an plötzlicher Kindstod sterben, wurde als ca. $1/73\,000\,000$ ausgerechnet. Daraus wurde gefolgert, dass dies die Wahrscheinlichkeit wäre, dass sie unschuldig ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Mutter ihre zwei Söhne ermordet ist auch sehr niedrig. Man könnte höchstens diese zwei Wahrscheinlichkeiten mit einander vergleichen. Der Mathematiker Ray Hill von der Salford Universität hat nachträglich die Chance von doppeltem plötzlichen Kindstod zu doppeltem Mord als zwischen $4.5 : 1$ und $9 : 1$ abgeschätzt. Sally Clark wurde 1999 zur lebenslange Haft verurteilt. Nachdem zweimal appelliert wurde, wurde das Urteil 2003 zurückgezogen, und sie wurde nach über drei Jahren im Gefängnis freigelassen. Sie ist im März 2007 an Alkoholvergiftung verstorben.

Wie verstehen wir Zahlen?

(Siehe [Deh99]) Viele dieser Geschichten über Zahlen im Alltag sind amüsant oder erstaunlich. Die Frage stellt sich, wie unser Gehirn mit Zahlen umgeht. Im Buch “Der Zahlensinn” von Stanislas Dehaene werden Experimente beschrieben, aus denen man ableiten kann, dass ein Mensch nur bei ganz kleinen Mengen von Objekten – bis 3 oder 4 – die genaue Zahl der Objekten auf einen Blick erfassen kann. Je größer eine Menge, desto schlechter können wir die Größe erfassen. Wir können nur vergleichsweise schätzen, welche Menge größer ist. Bei größeren Mengen können wir auch nur mit größeren Unterschieden etwas anfangen.

Auch dazu möchte ich noch eine Geschichte erzählen. Gerichtsverfahren in den USA, in denen Mitarbeiter von Firmen schuldig befunden wurden, Personen giftigen Materialien auszusetzen, wurden betrachtet. Es wurde gefunden, dass bei geringeren Opferzahlen die Bestrafungen schwerer waren. Es kann sein, dass bei größeren Opferzahlen größere und reichere Firmen und bessere Rechtsanwälte beteiligt waren. Es kann auch sein, dass die Jury bei kleineren Opferzahlen sich die Straftat besser vorstellen und so mehr Mitleid mit den Opfern haben konnte.

Ein anderes Szenario ist, wenn ein Kunde in einen Laden geht, um etwas Bestimmtes zu kaufen. Der Betrag, den er bereit ist auszugeben, ist abhängig von dem, was im Laden vorhanden ist. Gibt es, zum Beispiel, Fernseher für 200 Euro, 300 Euro und 600 Euro, dann ist 600 Euro wahrscheinlich zu viel, und er kauft vielleicht einen für 300 Euro. Gibt es aber zusätzlich einen Fernseher für 1800 Euro, dann ist er vielleicht doch bereit, 600 Euro auszugeben. Ich denke, dass nur Unterschiede zwischen größeren Zahlen und nicht die genaue Werte für uns Bedeutung haben.

Wegen unserer Unfähigkeit, größere Zahlen zu erfassen, brauchen wir statistische Methoden und Analysen, damit wir aus Zahlen Sinn machen können. Wir können unserer Intuition nicht vertrauen, um aus Zahlen richtige Schlussfolgerungen zu ziehen.

“Why Clever People Believe Stupid Things”

Es gibt noch mehr Gründe, unserer Intuition nicht zu vertrauen, um aus vorliegenden Daten – oft Zahlen – etwas ableiten zu wollen. Ben Goldacre hat ein Kapitel “Why Clever People Believe Stupid Things” in seinem Buch “Bad Science” ([Gol10]) geschrieben. Hier gebe ich eine kurze Zusammenfassung.

Wir suchen dauernd Strukturen und Anordnungen in der Welt und müssen das auch, damit die Welt für uns Sinn macht. Wir sehen aber auch Ordnung im Chaos. Manchmal suchen wir aktiv nach Anordnungen und Strukturen. Ein Beispiel ist Dr. Ivan Panin. Er hat ab 1890 fünfzig Jahre seines Lebens (bis zu seinem Tod) damit verbracht, numerische Anordnungen in der Bibel zu suchen. Er hat ganz viele gefunden und damit gemeint, bewiesen zu haben, dass die Bibel göttlich inspiriert worden ist. Er hat auch heute noch

Anhänger (Siehe, z.B. <http://www.wordworx.co.nz/panin.html>). Allerdings meinen Kritiker, dass man solche numerische Anordnungen in jedem Text finden kann (Beispiele sind hier: <http://cs.anu.edu.au/~bdm/codes/poe.html>).

Es gibt das Phänomen, dass viele Sachen nicht lange in extremen Zuständen (z.B. eine Krankheit am schlimmsten Tag) bleiben, sondern zurück zum Mittelwert kehren. Wir glauben aber oft, dass unsere aktive Handlungen diese Änderung verursacht haben - z.B. wenn wir irgendeine Tablette genommen haben und danach gesund werden.

Wir machen oft Bestätigungsfehler.

Die Suche nach Daten, welche die eigene Hypothese bestätigen, wird intuitiv häufiger angewandt, als die Suche nach Daten, welche die eigene Hypothese falsifizieren würden.

(<http://de.wikipedia.org/wiki/Best%C3%A4tigungsfehler>).

Dazu ein Zitat von Francis Bacon:

It is the peculiar and perpetual error of the human understanding to be more moved and excited by affirmatives than by negatives.

– Francis Bacon

Unser Urteil über neue Information ist abhängig von dem, was wir schon vorher geglaubt haben.

Interessante oder aufmerksame Information scheint überproportional wichtig zu sein.

Die soziale Umgebung, in der wir uns befinden, hat einen großen Einfluss auf das, was wir als die Wahrheit akzeptieren können.

Das alles bewirkt, dass ein Mensch Information nicht objektiv beurteilen kann. Dies zusammen mit unserer Unfähigkeit, Zahlen richtig zu verstehen, ist meiner Meinung nach der Grund, warum wissenschaftliche Methoden und richtige statistische Auswertungen so wichtig sind.

Zahlensinn in Gesellschaft und Ausbildung

Ich denke, dass es wichtig ist, dass Menschen ihren Zahlensinn entwickeln. Es sollte im Idealfall für jederman möglich sein zu bemerken, wenn Zahlen, denen man begegnet, keinen Sinn haben. Man sollte Fragen stellen, woher sie kommen und ob sie vertrauenswürdig sind. Auch wenn man nie alle Antworten bekommen kann, ist es gesund, wenn Menschen kritisch sind. Der Umgang mit Zahlen und das logische Denken wird in der Schule angesprochen. Darum haben Mathematiklehrer(innen) eine große Verantwortung - nicht nur zu unterrichten, sondern auch zu motivieren und Leidenschaft für das Fach zu übertragen, damit die Schüler befähigt werden, in einer Welt voller Zahlen zu leben. W.W. Sawyer hat gemeint, dass wir dieses Ideal irgendwann erreichen werden:

Die Fähigkeit, mathematisch zu denken, wird einmal ebenso selbstverständlich sein wie heute das Lesenkönnen. Eine solche Änderung mag manchem phantastisch erscheinen. Aber die allgemeine Verbreitung von Lesen und Schreiben war vor einigen Jahrhunderten auch noch eine Utopie.

- Walter Warwick Sawyer

Dazu muss aber jeder verstehen, dass es wichtig ist, wie A.K. Dewdney sagt:

Der Übergang zur mathematischen Bildung hängt von jedem einzelnen ab, vom Willen, sich gegen Mißbräuche zu wappnen, ...

- A.K. Dewdney

In der Gesellschaft heutzutage meinen manche, dass Schüler nicht mehr motiviert werden, ihre Ausbildung als positive Herausforderung zu betrachten, sondern eher nur machen, was sie leicht finden. Es gab einmal in England einen Vorschlag, dass Schüler die Möglichkeit haben sollten, Mathematik nur freiwillig und nicht als Pflichtfach zu machen. Eine Begründung dafür war, dass viele Schüler es schwierig fänden und es wäre sowieso unbrauchbar in ihrer Zukunft. Die Lösung quadratischer Gleichungen wurde als Beispiel für ein irrelevantes Thema gegeben. Tony McWalter hat darauf reagiert, indem er eine Rede gehalten hat, die "A Defence of Quadratic Equations" hieß. Hier möchte ich aus dieser Rede zitieren:

Why should anyone feel passionate about x s and y s in systems of equations? One answer is this: because if one does not make the effort to see what those x s and y s conceal, one will be cut off from having any real understanding of science. My passion comes from a sense that our society eschews educational difficulty, and hence culturally directs people away from the sciences. What that means – here is the source of my passion – is that in my constituency of Hemel Hemstead, women must wait 18 weeks for a laboratory to process their cervical smear test because many more young people want to work in television than in science, so there are not enough people to work in the laboratory. We have a society that is founded on science, but educationally we provide a university system that offers far more scope for studying the media than for studying physics.

- Tony McWalter

Man kann nun die Frage stellen, ob eine gute mathematische Ausbildung und ein trainierter Zahlensinn im Alltag überhaupt etwas bringen. Ich glaube, dass kein Mensch im Leben mit seinen Urteilen richtig objektiv sein kann. Selbst Leute, die ein Mathematik- oder Statistik-Studium absolviert haben, können diesbezüglich unbewusst von ihrer Intuition getäuscht werden.

Wir sollten deswegen auch lernen, uns unserer menschlichen Täuschbarkeit bewusst zu sein und bereit zu sein, unseren Glauben und unsere Urteile zu bezweifeln. Ich glaube, ein entwickelter und geübter Zahlensinn kann dann im Leben sehr wertvoll sein.

Literatur

- [Deh99] S. Dehaene. *Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können*. Birkhäuser, 1999.
- [DZ94] A.K. Dewdney and M. Zillgitt. *200 Prozent Von Nichts: Die Geheimen Tricks Der Statistik Und Andere Schwindeleien Mit Zahlen*. Birkhäuser, 1994.
- [Gol10] B. Goldacre. *Bad Science: Quacks, Hacks, and Big Pharma Flacks*. Faber & Faber, 2010.
- [Ket97] G. Ketteler. *Zwei Nullen Sind Keine Acht*. Birkhäuser, 1997.



Voll Sozial?

—

Kommunikation im Internet

DANIEL BOLDT

Einleitung

Kommunikation ist allgegenwärtig. Aber was ist eigentlich Kommunikation und wie funktioniert sie? In der Literatur finden sich viele Modelle und Erklärungen für Kommunikation. Schauen wir uns zunächst einige Modelle für Kommunikation an. Das sog. „Sender-Empfänger Modell“ versucht, Vorgang und Aufbau von Kommunikation auf ganz einfache Weise darzustellen und zu veranschaulichen (siehe Abbildung 1). Da gibt es auf der einen Seite den Sender, der eine Botschaft mitteilen will. Er verwendet dafür seinen sog. „Zeichenvorrat“, d.h. er benutzt die Sprache, über die er verfügt (eventuell auch Körpersprache), um seine Botschaft zu übermitteln. Dabei nutzt er ein Medium, welches quasi als Übertragungskanal zwischen Sender und Empfänger verstanden werden kann. Auf der anderen Seite ist der Empfänger, der die Botschaft so, wie sie ihn durch das Medium erreicht, aufnimmt. Um sie sich dann aber verständlich zu machen, muss er seinen eigenen Zeichenvorrat verwenden. Man kann dabei auch vom Ver- bzw. Entschlüsseln oder vom Codieren bzw. Decodieren auf Sender- bzw. Empfängerseite sprechen. Dabei fällt schnell auf, was nötig ist, um eine fehlerfreie Kommunikation zu gewährleisten: Zum einen braucht es ein Medium, welches die Botschaften unverfälscht übertragen kann. So ist es zum Beispiel recht schwer, sich mit einem Mitmenschen zu unterhalten, wenn in der Umgebung großer Lärm herrscht. In solch einer Situation kann man nicht davon ausgehen, dass jede Botschaft auch wirklich unverfälscht beim Gegenüber ankommt. Ähnlich verhält es sich natürlich bei elektronischen Medien. Wenn während eines Telefonats die Telefonleitung gestört ist, führt das auch zu Problemen in der Kommunikation. Das lässt sich prinzipiell auf alle weiteren denkbaren Medien übertragen. Zum Anderen gehört zu einer fehlerfreien Kommunikation, dass beide Seiten über denselben Zeichenvorrat verfügen. Sprechen beide Seiten beispielsweise unterschiedliche Sprachen, können Sie einander gar nicht verstehen, weil es spätestens bei der Entschlüsselung der Botschaft auf der Empfängerseite zu Schwierigkeiten kommt. An dieser Stelle muss aber gar kein so drastisches Szenario zur Betrachtung herangezogen werden. Auch unterschiedliche soziale Stati oder Gesprächspartner, die aus unterschiedlichen Generationen stammen, können dazu führen, dass der Zeichenvorrat unterschiedlich ist. Diese Situation enthält dann oft sogar noch mehr Konfliktpotential, weil es in diesen Fällen nicht gleich offensichtlich ist, dass man den anderen nicht richtig versteht. Man meint, die Botschaft richtig verstanden zu haben, immerhin spricht man ja die gleiche Sprache, aber der Teufel steckt im Detail: Die Deutung einzelner Worte oder auch ganzer Sätze kann durchaus sehr verschieden sein. Wie kann man also sicherstellen, dass die Kommunikation auch erfolgreich verläuft und das Gegenüber möglichst das versteht, was man eigentlich auch zum Ausdruck bringen wollte? Zum einen ist die Authentizität wichtig. Man muss sich zu allererst auf sich selbst konzentrieren und sicherstellen, dass man auch wirklich das äußert, was man meint und was das Gegenüber verstehen soll. Außerdem braucht man ein gewisses soziales Gespür, um zu verstehen, wie der Empfänger die Botschaft verstehen könnte, das ist speziell bei Kultur- bzw. Generationsunterschieden von entscheidender Bedeutung. Zum anderen braucht es natürlich auch Glaubwürdigkeit, d.h. die Botschaft muss beim Empfänger auch so ankommen, dass sie für ihn tatsächlich

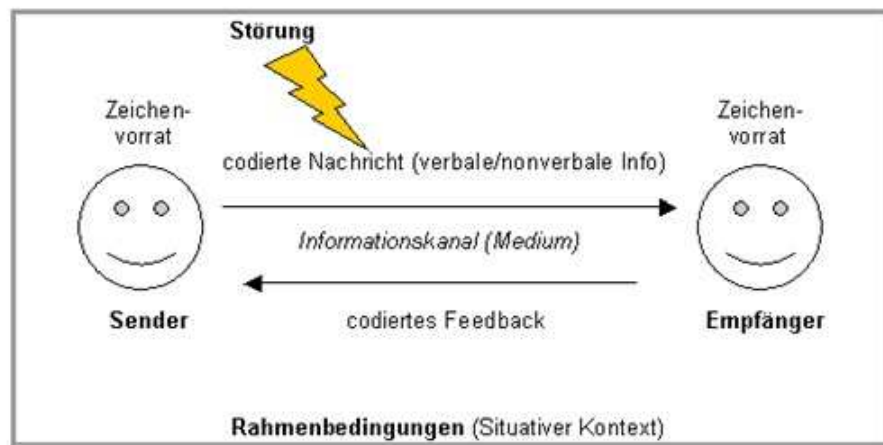


Abbildung 1: Sender-Empfänger-Modell [Rei11]

glaubhaft erscheint. Schließlich muss auch eine Wechselseitigkeit gegeben sein, zumindest, wenn man keinen Monolog halten will. Das bedeutet also, dass man auf Antworten seines Gesprächspartners auch eingehen muss bzw. die eigene Art und Weise, wie man kommuniziert, eventuell auch anpassen muss. Nur so kann der Erfolg eines Gesprächs gewährleistet werden.

Entwicklung der Kommunikation

Im Laufe der Entwicklung der Menschheit hat sich die Kommunikation ebenfalls ständig weiterentwickelt. Die wahrscheinlich älteste Form, mit anderen Menschen zu kommunizieren, wird wohl die Körpersprache sein. Sie spielt auch heute noch (zumindest im Gespräch von Angesicht zu Angesicht) eine große Rolle. Im weiteren Verlauf entwickelten sich Sprachen. Sie sind die Basis für alle weiteren Kommunikationsformen, die sich im Laufe der Zeit entwickelt haben. Schon früh kamen Menschen auf die Idee, die von Ihnen verwendete Sprache für die Nachwelt festzuhalten. Ob es dabei um besondere Errungenschaften, besondere Ereignisse oder einfach nur um die Darstellung des Alltags ging, spielt dabei keine Rolle. Bevor man in der Lage war, dass gesprochene Wort über Schriftzeichen festzuhalten, behalf man sich dabei mit bildhaften Darstellungen. Diese wurden jedoch im Laufe der Zeit durch Schriftzeichen bzw. Buchstaben (je nach Sprache) ersetzt. Neben gesprochenem sind geschriebene Worte das nach wie vor wichtigste Kommunikationsmittel der Welt. Um nun Nachrichten auszutauschen, begann man, Briefe zu schreiben. Diese waren lange Zeit die einzige Möglichkeit, über große Entfernungen zu kommunizieren, ohne dabei notwendigerweise am gleichen Ort sein zu müssen. Erschwerend war aber, dass eine Nachricht in Form eines Briefes sehr lange unterwegs sein konnte und die Gefahr, dass Nachrichten verloren gingen, ungleich grösser war, als

sie es heute ist. Im 19. Jahrhundert kam dann das Telefon dazu, d.h., bis es für die Allgemeinheit nutzbar war, dauerte es genauer gesagt noch bis zum 20. Jahrhundert. Mit dem Telefon war es nun möglich, auch das gesprochene Wort zu übertragen, was für die Kommunikation ganz neue Möglichkeiten darstellte. über die gleichen Leitungen, über die man das Telefongespräch übermittelte, konnte man später auch Schriftstücke versenden, das Fax war geboren. Ab da war es also möglich, sowohl per Sprache, als auch per Schrift große Distanzen in kürzester Zeit zu überwinden und obwohl man dabei gewisse Qualitätsverluste in Kauf nehmen musste, gehörten Telefon und Fax bald zur Standardausstattung eines jeden Büros. Als dann aber der Computer, vor allem in Kombination mit dem Internet für die breite Masse zugänglich wurde, veränderte sich das Bild der Kommunikation noch einmal stark. Besonders bemerkenswert dabei ist, dass die Kombination Computer/Internet nicht als ein Medium gesehen werden kann, vielmehr wird über das Internet eine ganze Reihe von Kommunikationsmedien angeboten. So kann man heute Schriftliches per E-Mail versenden (und als E-Mail Anhänge noch viel mehr als nur geschriebene Worte), per Voice over IP kann man über das Internet auf ähnliche Weise telefonieren, wie man das früher vom Telefon kannte, nur mit dem Unterschied, dass man dabei in Konferenzen auch mit mehreren Teilnehmern gleichzeitig sprechen kann und auf Wunsch mit entsprechender Software und Kameras auch noch gleichzeitig Bilder übertragen kann. Auf diese Weise kommt man der Kommunikation von Angesicht zu Angesicht also schon recht nahe. Darüber hinaus gibt es im Internet auch noch soziale Netzwerke, in denen ich z.B. meinen Status bzw. meine aktuellen Tätigkeiten veröffentlichen kann. Somit kann jeder zu jeder Zeit alles über sich preisgeben, was er möchte. Ob das dann auch wirklich der Wahrheit entspricht und auch immer für andere interessant sein muss, ist dabei aber nicht sicher. Außerdem kamen auch noch Mobiltelefone auf den Markt, mit denen es möglich war, jederzeit und überall telefonieren zu können bzw. erreichbar zu sein. Auch Kurzmitteilungen konnte man sich damit in kürzester Übertragungszeit übermitteln. Auffällig ist, dass haben gleich mehrere Studien bewiesen, dass wir uns je – nachdem, welches Kommunikationsmedium wir benutzen – dabei unterschiedlich verhalten. Zu diesem Zweck unterteilt man die zur Verfügung stehenden Medien in synchrone und asynchrone Medien. Synchrone Medien sind solche, bei denen sofort eine direkte Übertragung zum Gegenüber stattfindet, also z.B. das Telefon bzw. die Telefonie über das Internet. Asynchrone Medien sind solche, bei denen die Übertragung der Nachricht eine wahrnehmbare Zeit dauert, z.B. Briefe oder E-Mails. Synchrone Medien haben den Vorteil, dass sie der direkten Kommunikation sehr nahe kommen und für die meisten dadurch persönlicher wirken als asynchrone. Diese wiederum haben aber den Vorteil, dass man die Kommunikation relativ leicht strukturieren kann, z.B. durch verschiedene Threads (also das Schreiben mehrerer verschiedenen Antworten jeweils zu verschiedenen Themen). Die Folgen, die die Nutzbarkeit der neuen Medien nach sich ziehen, sind vielfältig. Dadurch, dass es so einfach und unkompliziert ist, auch grössere Distanzen innerhalb kürzester Zeit über die neuen Kommunikationswege zu überbrücken und dass das Internet, nicht zuletzt auch dank Smartphones, jederzeit verfügbar und quasi allgegenwärtig ist, steigt der tägliche Aufwand, den wir für Kommunikation betreiben, an. Dabei ist aber auch zu bemerken,

dass der Anteil überflüssiger Kommunikation wächst. Dazu kommt, dass die ständige Erreichbarkeit die Grenze zwischen Berufs- und Privatleben immer weiter verwischen lässt. Inzwischen gehen erste Unternehmen hier neue Wege und schalten z.B. am Abend die Weiterleitung ihrer Mailserver bis zum nächsten Morgen ab. Vor allem im Privatbereich spüren wir deutlich, dass mit dem deutlich geringen Aufwand, den man betreiben muss, um viele Menschen schnell zu erreichen, das Aufkommen an Werbung extrem angewachsen ist. Das hat auch zur Einführung des Begriffs „Spam“ geführt. Inzwischen sind dabei Ausmaße entstanden, die Experten regelmäßig schätzen lassen, welche Unsummen ganze Volkswirtschaften durch die massenhafte Versendung von Spam-Nachrichten jedes Jahr verlieren. Auffällig ist aber auch, dass die Komplexität von Nachrichten immer weiter nachläßt. Statusupdates, Twittemitteilungen und Kurznachrichten sorgen dafür, dass man möglichst bemüht ist, sich kurz zu fassen. Dabei leidet aber dann auch unsere Sorgfalt beim Verfassen von Botschaften. Das Ganze wird durch den Umstand noch verstärkt, dass es ja kaum zusätzlichen Aufwand bedeutet, noch einmal eine Mitteilung nachzusenden, wenn das Gegenüber die Nachricht falsch oder nicht ausreichend verstanden haben sollte. Auch unterschätzen viele Nutzer die Gefahren, die es mit sich bringt, alles Mögliche von sich im Internet in sozialen Netzwerken zu veröffentlichen.

Einfluss des Internets auf unsere Sprache

Natürlich haben die modernen Medien auch einen gewissen Einfluss auf unseren Sprachgebrauch. Wie bereits erwähnt, lässt die Genauigkeit beim Verfassen kurzer Botschaften nach. Das gilt nicht nur für den Inhalt, auch Orthografie und Grammatik werden bei der Kommunikation im Internet nicht so genau genommen. Speziell in Chats ist dies deutlich sichtbar, schließlich will man seinem Gegenüber so schnell wie möglich antworten. Da nun nicht jeder täglich eine Tastatur benutzt und mit einhundert Anschlägen pro Minute tippen kann, haben sich in der Internetgemeinde mit der Zeit auch Abkürzungen gebildet, speziell für Zusammenhänge und Situationen die häufig auftreten. „LOL“ steht beispielsweise für das englische „Laughing out loud“, was einfach nur „Ich lache gerade laut“ bedeutet. Solche Abkürzungen existieren zu Hauf. Interessanter Weise haben sie es inzwischen sogar in unseren Alltag geschafft und so manch einer verwendet den Begriff „LOL“ inzwischen auch im Alltag. Um noch deutlicher zu veranschaulichen, dass diese Sprachelemente inzwischen auch im Alltag angekommen sind, sei an dieser Stelle noch gesagt, dass es die Abkürzung „LOL“ 2011 sogar ins Oxford English Dictionary geschafft hat. Zusätzlich sollte auch noch erwähnt werden, dass geschäftliche Korrespondenz hier eine Ausnahme bildet, d.h. bei ihr wird sehr wohl nach wie vor hohen Wert auch orthografische und grammatikalische Korrektheit gelegt. Kritiker behaupten auch, dass die Kommunikation im Internet deutlich emotionsloser von statten geht als die direkte Kommunikation und dass deshalb auch die Gefahr bestünde, dass allgemein nicht mehr mit menschlichen Emotionen umgegangen werden kann. Auf den ersten Blick mag diese Befürchtung durchaus begründet sein, immerhin lässt sich die Körpersprache, die ja in der Direktkommunikation bis zu 90% der gesamten Kommunikation bzw. der Art und

Weise, wie sie beim Gegenüber ankommt, ausmacht, beim Chatten nicht mit übertragen. Aber auch dafür hat sich die Internetgemeinde mit der Zeit einen Ersatz entwickelt, der diese Emotionen übertragen soll. Zum einen kann man seine Emotionen natürlich einfach in Worte faßen und eben beschreiben, daßman gerade lauthals gelacht hat. Eine andere Möglichkeit ist der Einsatz sog. Emoticons, die umgangßsprachlich auch als „Smilies“ bezeichnet werden. Dabei handelt es sich um kleine Symbole (wie z.B. ☺), die dem Gegenüber den eigenen Gemütszustand darstellen sollen.

Endlose Möglichkeiten = endlose Gefahren?

Kritiker bemängeln allerdings, dass diese Elemente nicht ausreichen würden, um menschliche Emotionen adäquat zu ersetzen. Auch dieser Thematik nahmen sich einige Studien an, unter anderem eine Studie mehrerer Wissenschaftler aus den Niederlanden[DD07]. Ergebnis aller dieser Studien war, dass die Kommunikation im Internet keineswegs emotionslos oder sehr wenig emotional ist. Man kam eher zu der Meinung, dass genau das Gegenteil der Fall ist. Denn die Teilnehmer der Kommunikation im Internet sind sich sehr wohl dessen bewusst, dass die Körpersprache wegfällt und man die Emotionen irgendwie anders übermitteln muss. Das führt im Endeffekt sogar dazu, dass man grösseren Aufwand betreibt, seine Emotionen dem Gegenüber klar darzustellen als man das bei einer direkten Kommunikation tun würde. Der Erfolg reiner Onlinetherapien, die also ausschließlich auf Kommunikation im Internet basieren, widerlegt diese These der Kritiker; „This can first of all be inferred from the success of {...} online therapy, {...} emotions about a variety of personal experiences and problems are shared.“ [DD07] Ein weiterer Punkt, den Kritiker der Kommunikation im Internet gerne anführen, ist, dass die Gesellschaft den Umgang mit der direkten Kommunikation verlernt und damit die Kommunikationsqualität im Allgemeinen sinkt. Auch dieses Argument lässt sich nur bedingt aufrecht erhalten, wenn man bedenkt, dass durch die neuen technischen Möglichkeiten der Moderne praktisch zu jeder Zeit und an fast jedem Ort nahezu unendlich viele Informationen verfügbar sind. Jeder wird immer mehr Experte auf seinem Gebiet, die Zeit der Universalgenies ist vorbei, weil alle Themengebiete inzwischen so komplex sind, dass es für einen Menschen nahezu unmöglich ist, auf vielen Gebieten gleichzeitig ein Experte zu sein. Dieser Umstand erfordert aber umso mehr, dass man mit anderen Menschen zusammenarbeiten muss, will man beruflich erfolgreich sein. Dabei ist die Kommunikation zentraler Bestandteil. Die Globalisierung verstärkt diesen Effekt noch, so dass heute viele erfolgreiche Unternehmen mit Kunden und Partnern auf der ganzen Welt zusammen arbeiten. In solchen Situationen, die sprachlichen und kulturellen Unterschiede zu überwinden, zeugt von einem hohen Maßen kommunikativen Fähigkeiten, die heute also mehr gefragt sind, als sie es früher je waren. Ein anderes großes Problem der neuen Kommunikationsmedien ist die ununterbrochene Informationsflut, der wir täglich ausgesetzt sind. Im Privatbereich betrifft das die bereits erwähnten Spam-Nachrichten, mit denen man zu Kauf bestimmter Produkte bewegt werden soll. Aber auch im beruflichen Umfeld gibt es da keinen Unterschied: Man wird in wahnsinnig vielen Kommunikationen invol-

viert, weil es ja vielleicht doch irgendwann mal von Interesse sein könnte. Eine Umfrage der Germans Consulting Group unter Managern brachte noch mehr negative Aspekte zum Vorschein: Die Manager waren zwar größtenteils der Meinung, dass die modernen Kommunikationsmedien ihren Arbeitsalltag deutlich erleichtern würden, sprachen sich in diesem Zusammenhang aber auch für die Einrichtung kommunikationsfreier Zeiten aus, damit es auch Phasen gibt, in denen man konzentriert und ohne Ablenkungen arbeiten kann. Interessanter Weise war auch die Mehrzahl der Befragten der Meinung, dass es auf Grund der Einfachheit, jeden jederzeit erreichen zu können, die Anzahl der unnötigen Rückfragen deutlich zugenommen hat. So lässt sich dann auch schnell begründen, warum ein Großteil der Manager jeweils über 2 Stunden am Tag mit Telefonaten und dem Lesen und Beantworten von E-Mails verbringt. An dieser Stelle gibt es mit Sicherheit noch Verbesserungsbedarf. Auch zur ständigen Erreichbarkeit wurden die Manager befragt und jeweils über die Hälfte von Ihnen gab zu, dass sie auch außerhalb der Dienstzeiten per Handy erreichbar seien. Auch Meetings bilden hier keine Ausnahme. Eine Mehrzahl gab sogar an, sich mit dem Wissen, nicht erreichbar zu sein bzw. aktuelle E-Mails nicht lesen zu können (z.B. im Flugzeug), unwohl zu fühlen. Die befragten Manager war mehrheitlich außerdem der Meinung, dass ihr Umfeld mit den vielen Kommunikationsmedien und der Informationsflut, die es dadurch zu bewältigen gilt, teilweise überfordert ist [Won06].

Fazit

Wie fast alles, was die Gesellschaft bewegt, hat sich auch die Kommunikation im Verlauf der fortschreitenden technischen Entwicklung immer wieder verändert. Auch wenn sich der Fokus der Kommunikation mit der Zeit immer mehr in Richtung neuer, moderner Medien bewegt, so sterben klassische Kommunikationsmedien nicht komplett aus, denn auch heute noch werden Briefe geschrieben oder Telefone benutzt. Mit der Bereitstellung der modernen Medien ist es dafür heute möglich, mit der gesamten Welt schnell und ohne großen Aufwand zu kommunizieren. Die Argumente, die Kritiker dieser neuen Medien gerne anführen, konnten zum großen Teil entschärft oder gar gänzlich entkräftet werden. Dafür entstanden ganz andere Schwierigkeiten im Umgang mit den neuen Kommunikationskanälen: Wir haben mit einer überwältigenden Informationsflut zu kämpfen, wir sind quasi immer erreichbar und gönnen uns damit immer weniger Zeit, richtig abzuschalten und uns zu erholen. Gerade junge Menschen sind sich der Gefahr, die bei Kommunikation im Internet, speziell in sozialen Netzwerken, bestehen, nicht bewusst. Je mehr man dort von sich preis gibt, desto mehr wird man zum gänzlich gläsernen Individuum, und ob einen potentiellen neuen Arbeitgeber jeder Fakt, dann man im Internet über sich veröffentlicht, auch gefällt, ist alles andere als sicher. Schlußendlich bleibt zu sagen, dass es die neuen Kommunikationswege noch nicht allzu lange gibt und die Gesellschaft im Umgang mit ihnen noch in einem Lernprozess steckt. Das ist aber ganz normal und bei technologischen Fortschritten in anderen Bereichen auch nicht anders. Die modernen Kommunikationsmedien bringen aber, neben allen Nachteilen, die hier genannt wurden, so viele Vorteile mit sich, dass sie aus unserem Alltag nicht mehr wegzudenken sind.

Literatur

- [DD07] Arjan Bos Daantje Derks, Agneta Fischer. The role of emotion in computer-mediated communication: A review. Technical report, Elsevier Ltd., 2007.
- [Rei11] Bert Reichert. Vorlesungsfolien. Technical report, Hochschule fuer Technik und Wirtschaft Dresden, 2011.
- [Won06] Oliver Wontke. Moderne kommunikation - segen oder fluch ?, 2006.



Zahlensymbolik

—

A Magical History Tour

LAURA INGOLD
SARAH ORZLOWSKI

Es ist genau so, als frage man, warum Beethovens Neunte so schön ist. Wenn Sie nicht sehen warum, dann kann es Ihnen auch niemand erklären. Ich weiß, dass Zahlen wunderschön sind. Wenn sie es nicht sind, dann ist nichts schön.

PAUL ERDÖS

Abstract

In unserem Alltag ist die emotionale Bedeutung von Zahlen trotz rationalem Weltbild gegenwärtig. So findet man häufig keine dreizehnte Reihe in Flugzeugen oder kein dreizehntes Stockwerk in Hochhäusern. Auch begegnet einem die Sieben in vielen heute noch bekannten Märchen und ist dabei besonders mit positiven Gefühlen besetzt.

Die geschichtliche Entwicklung solcher emotionalen Verbindungen wollen wir in unserem Vortrag verfolgen. Dazu betrachten wir exemplarisch die Zahlen Drei, Sieben und Dreizehn.

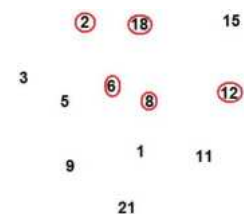
Antike

Pythagoras legte mit seinem emotionalen Verständnis für Zahlen den Grundstein für heutige Kulturen. Mit ihm traten erstmals Mythen und Magisches um Zahlen auf. Zahlen wurden zum Gegenstand philosophischer Reflexion, vgl. [Bin11].

Einerseits dienten ihm die Zahlen der rationalen Weltanschauung, um sich in dieser zurecht zu finden, Gegenstände zu messen und zu wiegen. Dazu gehörte auch die innermathematische Betrachtung von Zahlen.

Auf der anderen Seite gab es die mystische und emotionale Weltanschauung, in der Zahlen tiefgehende Bedeutungen verschlüsseln oder Emotionen hervorrufen können.

Zum Beispiel teilte Pythagoras die natürlichen Zahlen in die Kategorien Gerade und Ungerade, wobei die geraden Zahlen für alles Weibliche und Dunkle standen mit der symbolischen geometrischen Figur des Rechtecks. Die ungeraden Zahlen standen entgegengesetzt für das Männliche und Helle; ihnen wurde das Quadrat zugeordnet.



Die Zahl ist das Wesen aller Dinge.

PYTHAGORAS

Für Pythagoras hatten die Zahlen an sich einen hohen Stellenwert, so glaubte er, verstünde man die Zahlen, verstünde man auch alle Objekte der Welt, die seiner Meinung nach mittels Zahlen beschrieben werden können.

Aristoteles behandelte Zahlen im Gegensatz zu Pythagoras nur als sprachliche Eigenschaft, die keine emotionale Komponente besitzen. So distanzierte sich auch Plato von Pythagoras. Er hatte kein Interesse an einer gefühlvollen Wertung, sondern maß Zahlen nur eine Bedeutung zur Widerspiegelung einer intelligenten Ordnungsstruktur bei. Trotzdem war er der Meinung, dass ein Ideal erreicht werden könne, wenn genau *drei* Dinge gestärkt seien: Das Gute, die Wahrheit und die Schönheit.

Christentum

Zahlensymbolik? – Bei dem Lesen der Bibel kommt es darauf an, ob man die rationale oder die symbolische Bedeutung betrachten möchte, außerdem ist zu beachten, aus welchem sprachlichen Raum und aus welcher Epoche (Altes oder Neues Testament) die Urfassung stammt oder welches Verhältnis die Autoren persönlich zu Zahlen hatten, vgl. [Wer11].

Eine mögliche und weitverbreitete Zahleninterpretation in der Bibel ist die Gematria. Einer deren Ausprägungen ist es den Summenwert einer Textpassage mit einem Zahlenwert in Verbindung zu bringen. So können zum Beispiel allen Buchstaben des hebräischen Alphabets ein Zahlenwerte zugeordnet werden, die dann summiert werden. Dieser Summe wird anschließend eine besondere Bedeutung beigemessen. Auch die Grundlage des “Bibelcodes”, vgl. [Pic02] stammt aus dieser Zeit.

Wenn zwei eins werden, geht die drei als neues hervor.

BIBEL

Die Drei ist in der Bibel eine sehr positive Zahl, sie ergibt sich aus der Einheit (1) und dem Gegensatz (2). Sie ist die Zahl der Zeit, als Vereinigung der Vergangenheit, der Gegenwart und der Zukunft, und damit die Zahl der Vollkommenheit.

Am siebten Tage ruhte er...

BIBEL

Dieses Zitat wird oftmals fälschlicherweise als Grundlage unserer Siebentagewoche angesehen. Entgegengesetzt dieser Meinung gab es die Siebentagewoche schon in Babylonien und war lediglich Gerüst der Schöpfungsgeschichte. Die Sieben kommt des Weiteren sehr häufig sowohl in der Bibel als auch in der christlichen Liturgie vor (7 Sakramente, 7 Todsünden, 7 Kardinaltugenden). Sie ist die Zahl der Fülle und Vollständigkeit sowie die Zahl Gottes und seiner Totalität.

Einst wird das Land Israel in 13 Teile geteilt werden, der 13. wird dem Messias zufallen.

BIBEL

Anders als zu dem, heutigen weit verbreiteten, Verständnis der Dreizehn als Unglückszahl, wird hier die Dreizehn mit positiven Emotionen besetzt. Diese positive Verbundenheit wurde verstärkt durch die Vereitelung des geplanten Angriffs auf das jüdische Volk an einem Dreizehnten. Auch heute noch wird an diesem Tag das Purim- oder Lose-Fest gefeiert.

Mittelalter

Im Mittelalter verfestigte sich der Aberglaube in vielen Bereichen bei den Menschen, vgl. [TK05]. Mythen traten in Umlauf und das Thema Zahlen wurde nicht, wie in der Antike, von wenigen Gelehrten behandelt, sondern der "breiten Masse" geöffnet. Da der Zahlensymbolismus einen sehr hohen Stellenwert hatte, stellte Hugo von St. Victor neun Möglichkeiten zusammen Zahlen als "besondere Zahlen" zu kennzeichnen. Darunter waren beispielsweise die Positionsfolge (Eins), der Zusammenhang (Sieben auf Sechs, wie ausruhen auf arbeiten) oder als Summe (Perfekte Sechs: durch Summe ihrer Teiler $1+2+3=6$).

In der Alchemie hatte die Dreiheit eine starke Bedeutung, so stehen die Elemente Schwefel und Quecksilber sowie die Verbindung Salz für Geist, Seele und Körper.

Der Stellenwert der Sieben wuchs so sehr, dass John of Salisbury im 12. Jahrhundert das Buch *De septem septenis* verfasste, in dem ausschließlich die verschiedenen Bedeutungen der Sieben beleuchtet wurden.

Am Freitag, einem Dreizehnten des Jahres 1307, wurde der Templerorden zerschlagen. Irrtümlicherweise wird dies häufig als Ursprung der Paraskavedekatriaphobie betrachtet, obwohl es sich hierbei um ein Phänomen des 20. Jahrhunderts handelt.



Neuzeit und Gegenwart

Du kannst ja nicht mal bis drei zählen.

SPRICHWORT

In der heutigen Zeit ist die Bedeutung von Zahlen besonders in Märchen und Sprichwörtern zu spüren, wie beispielsweise in dem Obigen, vgl. [Sch93]. Es hat heute die Bedeutung, dass die angesprochene Person ungebildet und rückständig ist, geht aber zurück auf den

Ursprung einer früheren Zählweise, bei der es nur “Eins”, “Zwei” und “Viele” gab. Weiter weiß jedes Kind heute, dass *Aschenputtel* drei Wünsche erfüllt wurden, in *Tischlein, deck dich* der Müller drei Söhne hat und in vielen Heldengeschichten drei Prüfungen zu bestehen sind.

Das verflixte siebte Jahr.

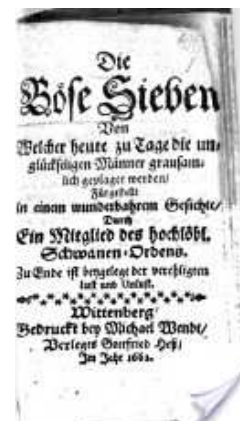
Im 17. Jahrhundert bekam die Sieben eine zusätzliche negative Konnotation. So trat zum ersten mal die “böse Sieben” als Bezeichnung für böse, zänkische Frauen auf und bei einem zerbrochenen Spiegel wurden sieben Jahre Pech vorausgesagt. In den Märchen aber behielt die Sieben durchgegeben die positive Eigenschaft: Schneewittchen kann sich bei den sieben Zwergen hinter den sieben Bergen geborgen fühlen, das siebte Geißlein rettet seine Geschwister und die Siebenmeilenstiefeln versprechen enorme Geschwindigkeit und Ausdauer.

Auch außerhalb der Märchen ist die Sieben heute noch verbreitet, wie bei den sieben Weltwundern. Zu denen Herodot schon 450 v.Chr. eine erste Liste erstellte und im 2. Jahrhundert die bekannten antiken sieben Weltwunder festgelegt wurden. Wegen gleichbleibender Wichtigkeit wurde dann 2007 eine Liste der neuen sieben Weltwunder zusammengestellt.

Jetzt schlägst dreizehn.

Die negativen Emotionen gegenüber der Dreizehn verfestigten sich im westlichen Kulturkreis und verstärken sich in Kombination mit dem Wochentag Freitag. So prägt das Märchen von Dornröschen die Ansicht man solle nicht mit dreizehn Gästen dinieren. Auch in den mystischen Kreisen ist die Dreizehn ein Synonym für den Teufel, wie die dreizehnte Tarot-Karte “La Mort”. Die Paraskavendekatriaphobie, die Angst vor Freitag dem Dreizehnten, hat ihren Ursprung in dem Börsenroman “Friday the 13th” von Thomas William Lawason aus dem Jahre 1907 und verstärkte sich durch mehrere gleichnamige Horrorfilme.

REDEWENDUNG



REDEWENDUNG



Fazit

Die Zahlensymbolik in der heutigen Zeit basiert einerseits auf traditionellen Vorstellungen, wie die positiven Eigenschaften der Drei, andererseits ist unsere Zahlenvorstellung stark geprägt durch neue Medien, wie Bücher und Filme.

Obwohl viele Menschen heute das Verständnis von Aristoteles bezüglich der rationalen Anschauung von Zahlen teilen, spielen die Zahlen im alltäglichen Leben unbewusst eine emotionale Rolle.

Literatur

- [Bin11] Ernst Bindel. *Die geistigen Grundlagen der Zahlen*. Anaconda, 2011.
- [Pic02] C. Pickover. *Dr. Googols wundersame Welt der Zahlen*. Diederichs, 2002.
- [Sch93] Annemarie Schimmel. *Mystery of Numbers*. Oxford University Press, 1993.
- [Tas04] Rudolf Taschner. *Der Zahlen gigantische Schatten*. Viewew, 2004.
- [TK05] L. Bergmans T. Koetsier. *Mathematics and the devine*. Elsevier, 2005.
- [Wer11] Jürgen Werlitz. *Das Geheimnis der heiligen Zahlen*. marixverlag, 2011.



Wissen? Fiktion? - Die vierte Dimension!

JENS BADEKE

Geht es Ihnen auch manchmal wie mir? Man sucht einen Gegenstand und weiß eigentlich, wo er sein müsste, dort ist er aber nicht. Er ist spurlos verschwunden. Einige Zeit später findet man ihn genau an der vermuteten Stelle, an der man mehrmals nachgesehen hatte, obwohl man schwören könnte, dass er nicht da war! Aber wo sollte er denn gewesen sein? Es gibt mehrere Möglichkeiten und eine davon ist die vierte Dimension! Der Gegenstand könnte einfach aus unserem Raum in einen anderen gerutscht sein. Ich weiß, es klingt ziemlich.. „abgespacet“, aber das Buch „Flatland- A Romance of Many Dimensions“ vom Mathematiker Edwin Abbott, welches er 1884 veröffentlichte, deutet darauf hin, dass diese Idee vielleicht doch nicht so absurd ist, wie man zunächst annimmt. Begeben wir uns mit Hilfe Edwin Abbotts Werk auf die Spuren der vierten Dimension!

Die Welt der Flächenländer

„Stellt euch ein weitausgedehntes Blatt Papier vor, auf dem sich gerade Linien, Dreiecke, Quadrate, Fünfecke, Sechsecke und andere Figuren, anstatt an einem festen Ort zu bleiben, frei hin und her bewegen, jedoch ohne das Vermögen sich darüber hinaus zu erheben oder darunter zu sinken [...] und ihr werdet eine ziemlich exakte Vorstellung von meinem Land und meinen Landsleuten haben.“



Abbildung 1: Edwin A. Abbott

Der Mathematiker und britische Schuldirektor Edwin Abbott lebte von 1838 bis 1926. In seinem Buch „Flatland“ erzählt ein altes Quadrat namens A. Square vom Leben in Flächenland, deren Bewohner Polygone sind. Zunächst werden die gesellschaftlichen Besonderheiten ausführlich beschrieben. Frauen sind leicht übersehbare, gefährliche, spitze Linien, die sich aus Sicherheitsgründen permanent bewegen und einen Friedensruf von sich geben müssen. Gleichschenklige Dreiecke mit ihrem gefährlichen spitzen Winkel bilden die Schicht der Soldaten und Arbeiter, die kein hohes gesellschaftliches Ansehen genießen, da nicht alle Seiten gleichlang sind und das als verunstaltet gilt. Zur Mittelschicht, wie etwa Kaufleute, ordnet man sich als gleichseitiges Dreieck ein. Als Gelehrter ist man ein Quadrat oder Fünfeck, den Adel bilden Sechs- oder Mehrecke. Ist

ein Vieleck nicht mehr von einem Kreis zu unterscheiden, so ist man ein hoch angesehener Priester. Männliche Nachkommen haben in der Regel eine Seite mehr als der Vater und steigen damit eine Stufe höher in der Gesellschaft. Eine Ausnahme bilden die gleichschenkligen Dreiecke. Flächenlandbewohner können fühlen, sehen und hören, wobei das Erkennen seines Gegenübers nur durch Befühlen dessen Seiten möglich ist. Nebel begünstigt die Tiefenwahrnehmung der Lebewesen. A. Square träumt vom Punkt- und Linienland. Als ihn die Kugel Spherius besucht und ihm das Raumland zeigt, begreift A.

Square das Prinzip der Dimensionen. Er möchte seine Erkenntnisse über höhere Dimensionen verbreiten, stößt dabei allerdings auf taube Ohren, Unverständnis und Leugnung und wird letztendlich durch das Wort der Priester in den Kerker geworfen.

Edwin Abbots Werk ist ein in viele Richtungen interpretierbares Gedankenexperiment. In der Mathematik steht es für das Begreifen abstrakter Modelle. Beim Thema Religion fällt einem die Unterdrückung fortschrittlicher Gedanken, beispielsweise durch Bücherverbrennungen, ein. Historisch berührt es die Gesellschaft, insbesondere die Rolle der Frau Englands um 1900 oder den Übergang der Vorstellung: „Die Erde ist keine Scheibe – Die Erde ist eine Kugel.“ Damit wirft es natürlich auch physikalische Fragen nach Raum und Zeit auf. Revolutionäre Ideen braucht es nicht nur in der Physik, Politik wird von Quer- und Vordenkern belebt. In der Philosophie kann man Parallelen zum berühmten Höhlengleichnis Platons erkennen. Natürlich dient „Flatland“ zudem niveauvoller, fantastischer Unterhaltung. Es ist eine Parabel, die zum einen auf das Nachdenken über den Aufbau unserer Welt und auf das Vorhandensein höherer Dimensionen abzielt, zum anderen sich über die starren sozialen Strukturen im Viktorianischen England mit seinen Hierarchien, Privilegien und dem niedrigen Ansehen von Frauen lustig macht. Abbott wollte gleiche Ausbildungschancen für alle soziale Klassen und Geschlechter, er war damit ein Sozialreformer. Sein Werk steht für „Freies Denken gegen eindimensionales Denken“.

Es ist beeindruckend, dass ein emotionsloses, abstraktes und über die menschliche anschauliche Vorstellung hinausragendes mathematisches Konstrukt durch einen scharfsinnigen Menschen wie Edwin Abbott solch ein vielseitiges, emotionales, lehrreiches und literarisch wertvolles Werk wie „Flatland- A Romance of Many Dimensions“ hervorbringen kann!

In der Welt der Mathematik

Was gibt uns die Mathematik nun an dieser Stelle eigentlich genau vor? Im mathematisch-geometrischen Sinn wird eine Dimension als Ausdehnung in eine Richtung bezeichnet, die nicht durch die Richtung anderer, untergeordneter Dimensionen dargestellt werden kann. Ein geometrischer Punkt ist ein Gebilde mit keinerlei Ausdehnung in eine Richtung, das Element der Dimension Null. Erhöht man die Dimension um Eins, so benötigt es eine Richtung x , die mit den Richtungen der vorhergehenden Dimension nicht be-

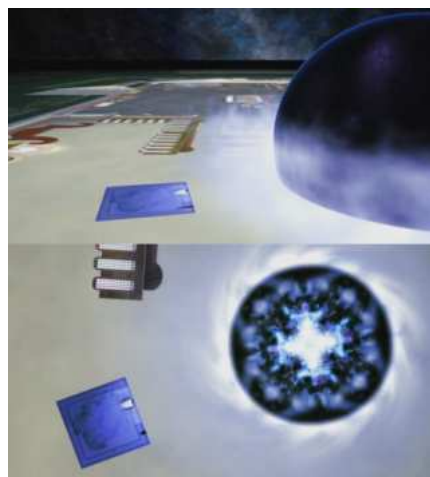


Abbildung 2: Flatland The Movie

Vom Punkt zum Superwürfel

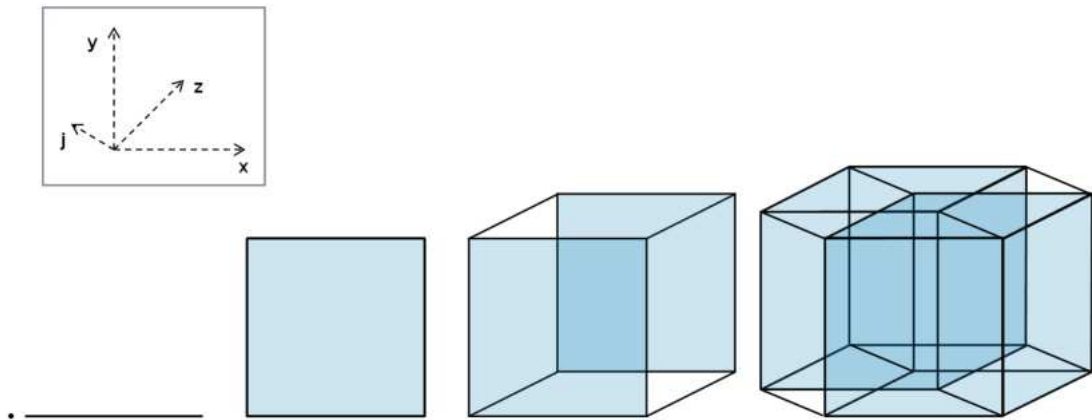


Abbildung 3: Vom Punkt zum vierdimensionalen Hypercube

schreibbar ist. Ein Punkt und eine Richtung x beschreibt eine Gerade, das Element der Dimension Eins. Nimmt man nun eine nicht durch x darstellbare Richtung y zur Geraden hinzu, so bildet sich das Element der zweiten Dimension, die Ebene. Folglich erhält man das Element der dritten Dimension, den Raum, wenn es zusätzlich zu den beiden Ausdehnungen der Ebene eine weitere z gibt, die nicht durch x und y beschrieben werden kann, also orthogonal zu x und y steht. Analog dazu ist der Vierdimensionale Raum mit vier voneinander unabhängigen Richtungen definiert, beispielsweise x , y , z und j . Hier ist jedoch die Grenze der Entwicklung des menschlichen Gehirns und seiner anschaulichen Vorstellung und Wahrnehmung bereits überschritten, doch die mathematische Welt bietet unendlich viele Richtungen und damit unendlich viele Dimensionen, sogenannte euklidische Vektorräume! Ein euklidischer Vektorraum der Dimension n hat alle Elemente der Dimension Null bis $n-1$ inne. Das bedeutet für die vierte Dimension, dass sie sich aus unendlich vielen dreidimensionalen Räumen zusammensetzt! Etwas „fassbarer“ wird dieser Aspekt, wenn man es auf Objekte in den verschiedenen Dimensionen anwendet. Eine Kugel beispielsweise könnte man aus unendlich vielen Kreisen unterschiedlicher Radien zusammensetzen. Daher nimmt A. Square in Flatland seinen Besucher Spherius nur als pulsierenden Kreis wahr, der aus dem Nichts auftaucht, größer wird, dann wieder schrumpft und schließlich verschwindet. Dabei hat die Kugel Spherius die Ebene Flächenland nur durchdrungen. Analog dazu setzt sich aus unendlich vielen Kugeln unterschiedlicher Radien eine vierdimensionale Hypersphere zusammen, das äquivalent zu Kreis in der zweiten und Kugel in der dritten Dimension. Würde solch ein Objekt unseren Raum durchdringen, so könnten wir dasselbe Phänomen wie A. Square, statt mit einem Kreis mit einer Kugel beobachten.

Ein recht bekanntes Objekt, wenn es um vier räumliche Dimensionen geht, ist der Hypercube. Er ist das äquivalent zum Quadrat in der zweiten und dem Würfel in der dritten

Dimension. An ihm lassen sich weitere Eigenschaften des vierdimensionalen Raumes und seiner Objekte erklären und warum es möglich ist diese Objekte überhaupt zu konstruieren, wenn wir sie doch ohnehin nicht vollständig sehen können. Verschiebt man ein Quadrat, 4 Eckpunkte und 4 Kanten, um die Länge einer seiner Seiten in eine dritte unabhängige Richtung z , so ergibt die Spur der Verschiebung einen Würfel mit 8 Eckpunkten, 12 Kanten und 6 Flächen. Durch einen Analogieschluss erhält man einen vierdimensionalen Hypercube mit 16 Ecken, 32 Kanten, 24 Flächen und 8 Zellen, indem man einen Würfel in eine vierte unabhängige Richtung j verschiebt. Hier wird einem besonders deutlich, dass ein vierdimensionales Objekt durch Räume begrenzt wird. Legt man auf der Zeichenfläche in dem gewohnten karthesischen räumlichen Koordinatensystem eine vierte Achse j fest, so ist eine Konstruktion des Hypercubes in einer Schrägbild Darstellung tatsächlich möglich.

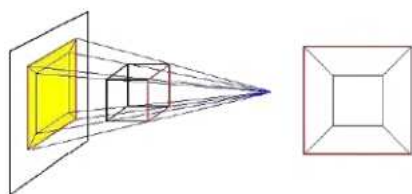


Abbildung 4: Zentralprojektion Würfel

Häufig ist dieser Hypercube noch in einer anderen interessanten Darstellung abgebildet, die sich aus der Zentralprojektion heraus ergibt - Das Schlegelsche Diagramm. Möchte man einen Würfel mit Hilfe der Zentralprojektion auf einer Ebene darstellen, so bietet es sich an ein kleineres Quadrat in einem größeren zu zeichnen, sodass dessen Mittelpunkte zusammenfallen, und die jeweils zueinander gehörenden Eckpunkte der beiden Quadrate miteinander zu verbinden. Zur Veranschaulichung dieser Projektion könnte man eine Punktlichtquelle vor ein Würfelgitter platzieren und den Schattenwurf an der dahinter liegenden Wand betrachten. Man erhält durch Analogiebetrachtung die Würfel- in- Würfel- Darstellung, die praktisch der dreidimensionale Schatten, aus der vierten Richtung j auf unseren Raum projiziert, des vierdimensionalen Hypercubes ist.

le vor ein Würfelgitter platzieren und den Schattenwurf an der dahinter liegenden Wand betrachten. Man erhält durch Analogiebetrachtung die Würfel- in- Würfel- Darstellung, die praktisch der dreidimensionale Schatten, aus der vierten Richtung j auf unseren Raum projiziert, des vierdimensionalen Hypercubes ist.

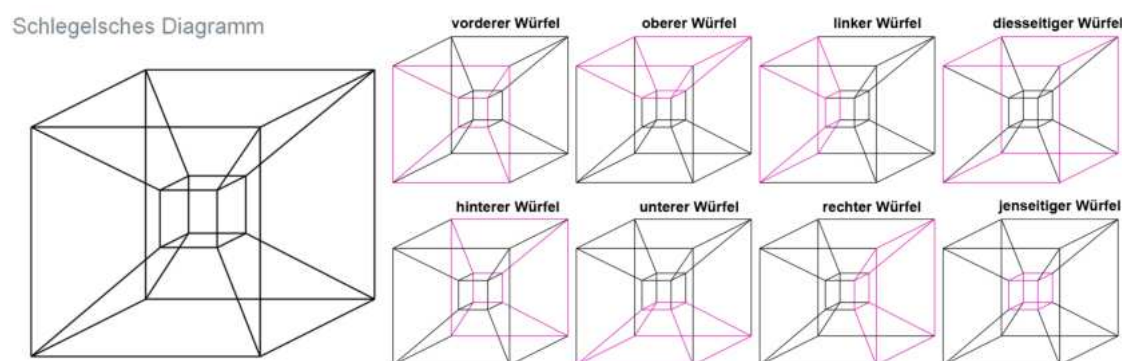


Abbildung 5: Schlegeldiagramm des vierdimensionalen Hypercubes mit seinen acht Begrenzungswürfeln

Die reale Hyperwelt?

Nach diesem Ausflug in die mathematische Welt stellt sich nun die Frage, ob die vierte Dimension überhaupt Zusammenhänge mit unserer wirklichen Welt hat. Ist es tatsächlich möglich, dass unser Raum, den wir wahrnehmen, nicht doch einer von unendlich vielen, eingebettet in einer höheren Dimension, ist? Wie könnte man das bemerken und welche Folgen hätte das für uns Lebewesen? Niemand konnte bisher einen handfesten Beweis liefern, dass die vierte räumliche Dimension existiert, niemand konnte sie widerlegen. Doch durch Analogieschlüsse von 2D- 3D nach 3D- 4D kann man Phänomene, die darauf hindeuten, danach untersuchen oder sich Gedanken machen, was möglich wäre. Edwin Abbott hat genau diesem Modell mit seinem Werk „Flatland“ Leben eingehaucht, so dass es leicht und anschaulich zu begreifen ist. Flächenlandbewohner drehen ihre Objekte um einen Punkt, wir können sie zusätzlich um eine ganze Achse drehen und in der vierten Dimension wäre es sogar möglich Objekte um Ebenen zu drehen! Das Resultat einer 180° Drehung um eine Ebene können wir sehen, jeden Morgen im Spiegel. Dreidimensionale Objekte im 4D- Raum können durch eine für uns nicht vorstellbare Drehung real gespiegelt werden. Hat man also im Hyperland gerade nur zwei rechte Handschuhe, so ist das kein Problem, da man einen der beiden nur richtig herum drehen muss, damit es ein linker wird. Dieses Phänomen nun wieder um eine Dimension herunter gebrochen, stelle man sich folgendermaßen vor: In der Ebene leben zwei deckungsgleiche Dreiecke. Nun kommt ein 3D- Lebewesen daher und dreht eines der beiden Dreiecke so um 180° herum, dass sie nicht mehr deckungsgleich, sondern gespiegelt zueinander sind.

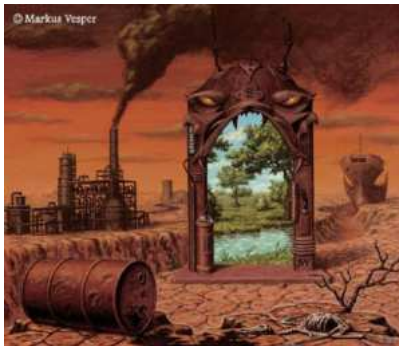


Abbildung 6: In Wirklichkeit sind die Dinge ganz anders,...

Die Ebenenbewohner können sich diese Art der Drehung nicht vorstellen. Würde das Dreieck um einen anderen Betrag als 180° oder 360° gedreht werden, so könnte das andere Dreieck etwas von den Innereien seines Kumpels sehen. Damit kommt unweigerlich ein anderer Gesichtspunkt zu Tage: Aus einer höheren Dimension und dessen Richtung hat man uneingeschränkten Zugriff auf alle Punkte, die ein niederdimensionales Objekt ausmachen. Wir können Flächen mit einem Blick erfassen, in sie hineinschauen oder sogar greifen – wir könnten den Flächenländern ihre Taschen und Tresore ausräumen, weil sie nur für zwei Richtungen geschützt sind, wir könnten Flächenländer operieren ohne sie aufschneiden zu müssen, wir könnten in ihre Häuser und Schränke sehen, denn sie haben nur Wände ohne Höhe, keine Decke, kein Boden. An die vierte Dimension angepasste Lebewesen könnten dasselbe mit uns tun.. Sie könnten eine Kugel mit einem Blick vollständig, außen wie innen, erfassen, ohne um sie herum laufen oder sie aufschneiden zu müssen. Damit ließen sich die Fähigkeiten so manch geschickten Diebes vielleicht erklären. Kritiker einer vierten räumlichen Dimension sind der Meinung, dass wir auslaufen müssten, wenn es eine vierte

Richtung gäbe, in der wir nicht geschlossen wären und dass unsere physikalischen Gesetzmäßigkeiten nicht auf eine vierte Dimension hindeuten. Das ist die Fiktion an Edwin Abbotts Geschichte. vor nur Linien wahrnehmen. Die Flächenlandbewohner laufen weder aus, noch hat A. Square kein Problem damit plötzlich dreidimensional zu sehen, nur weil er ein Stück in die dritte Richtung geschoben wurde. Er dürfte nach wie Mathematisch betrachtet ist eine Ebene unendlich dünn, die Höhe also Null. Doch in der Natur sind uns maximal Ebenen vertraut, dessen Höhe nur gegen Null geht und nicht Null ist, beispielsweise ein Blatt Papier. Um herauszufinden, ob die vierte räumliche Dimension wirklich real ist, müssten wir herausbekommen, ob unser Raum in eine vierte Richtung unendlich dünn ist, sprich diese nicht besitzt, oder ob er doch eine vierte Dicke besitzt, die nur gegen Null geht, sodass sie in unserer Entwicklung vernachlässigbar wäre. Falls unser Raum in gigantischen Ausmaßen eine räumliche Krümmung aufweist, könnte es sein, dass er sich möglicherweise als ein „Oberraum“ um eine Hypersphere spannen könnte, so wie es eine Oberfläche um eine Kugel tut. Oder sind gar Abkürzungen im Weltall durch die populären WurmLöcher möglich, die von einer Krümmung des Raumes profitieren würden? Wenn Räume sich in Ebenen schneiden, könnte es nicht durchaus so sein, dass man in einen anderen Raum nur durch solch eine Ebene gelangen kann - ein Portal? Und was ist mit all den vielen Menschen, die behaupten Geister gesehen zu haben - Schatten aus einem anderen Raum oder einer anderen Dimension? Damit sind wir am Ende tief in der Sciencefiction angekommen. Nur wer mit offenen Augen durchs Leben geht, wird Wissen und Fiktion, die manchmal sehr nahe beieinanderliegen, erkennen können und seine Leidenschaft für mathematische Belange in die für sich sinnvollen Bahnen lenken! Wer weiß schon, wo mathematische Welt und reale Welt sich überall schneiden, so wie sie es bereits in Edwin Abbotts literarischem Kunstwerk tun.



Abbildung 7: ...als sie wirklich sind”

Literatur

- [Abb99] Edwin A. Abbott. *Flächenland Ein mehrdimensionaler Roman*. Renate Götz Verlag, Germany, 1999.
- [Bor08] Hans Borucki. *Ein Blick in die vierte Dimension: Vierdimensionale Körper und ihre dreidimensionale Darstellung*. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Germany, 2008.
- [Lie52] Walther Lietzmann. *Anschauliche Einführung in die mehrdimensionale Geometrie*. Oldenbourg, Germany, 1952.
- [N.69] Hanna Wagih N. *5 Aufsätze zur Darstellenden Geometrie des vierdimensionalen Raumes*. Mainz ; Aachen : Fotodr., Germany, 1969.
- [Pro10] Prof. Dr. Volker Ulm. Eine reise ins "flächenland" mit geonext, 2010.
- [Ste01] Stefan Nehr Korn. Eine reise ins "flächenland" mit geonext, 2001.
- [Wul58] Alexander Niklitschek/ Kurt Wullschläger. *Im Zaubergarten der Mathematik*. Universitas Verlag, Germany, 1958.



Mathematik empfinden

—

Die literarische Entfaltung bei Robert Musil und Thomas Mann

BÜRÜCE NAYIR

Mathematik als Lebensform: Robert Musil

Robert Musil wurde am 6. November 1880 in Klagenfurt geboren. Im Anschluss an sein erfolgreich beendetes Ingenieurstudium war er zunächst Assistent an der Technischen Hochschule Stuttgart, bevor er ein zweites Studium der Philosophie und Psychologie an der Universität Berlin aufnahm. Danach lebte er als Bibliothekar, Theaterkritiker, Essayist und freier Schriftsteller meist in Wien. 1938 musste er in die Schweiz emigrieren. Dort ist er am 15. April 1942 gestorben. Zu seinen bedeutendsten Werken gehören neben dem Adoleszenzroman *Die Verwirrungen des Zöglings Törleß* von 1906 auch der Essay *Der mathematische Mensch* von 1913. Im Roman diskutiert Musil u.a. über das Wesen der Mathematik und im Essay wird die Bedeutung der Mathematik für unsere Zeit und ihre Kultur analysiert. Sein Haupt- und Lebenswerk, das er nicht vollenden konnte, *Der Mann ohne Eigenschaften*, könnte man als Plädoyer für das Mathematische als Lebensform auffassen. Genau auf dieses Jahrhundertwerk gehe ich nun näher ein.

Der Mann ohne Eigenschaften

Der Protagonist Ulrich wird im zweiten Kapitel vorgestellt, typischerweise für Musil, am Fenster stehend und hinausblickend: „[Er] zählte mit der Uhr seit zehn Minuten die Autos, die Wagen, die Trambahnen und die von der Entfernung ausgewaschenen Gesichter der Fußgänger...;er schätzte die Geschwindigkeiten, die Winkel, die lebendigen Kräfte vorüberbewegter Massen,...;kurz, er steckte, nachdem er eine Weile im Kopf gerechnet hatte, lachend die Uhr in die Tasche und stellte fest, dass er Unsinn getrieben habe.“ [Mus78b, S.12]

Ulrich wird als naturwissenschaftlich geschulte Person präsentiert. Er betreibt Statistik mit untauglichen Mitteln und in kurzer Zeit, deswegen bezeichnet er seine Tätigkeit als Unsinn. Das heißt aber nicht, dass Ulrich die Statistik gering schätzt. Ganz im Gegenteil. Ulrichs erster von drei Versuchen ein bedeutender Mensch zu werden, führt ihn zum Militär. Doch kaum hat er es bis zum Leutnant gebracht, verlässt nach einem Disput mit seinem Oberst das Militär und beginnt ein Ingenieurstudium. Als ihn jedoch im Büro der Berufsalltag langweilt, ist er von seinen Kollegen tief enttäuscht, wie aus folgender Passage deutlich hervorgeht: „Sie zeigten sich als Männer, die mit ihren Reißbrettern fest verbunden waren, ihren Beruf liebten und in ihm eine bewundernswerte Tüchtigkeit besaßen, aber den Vorschlag, die Kühnheit ihrer Gedanken statt auf ihre Maschinen auf sich selbst anzuwenden, würden sie ähnlich empfunden haben wie die Zumutung, von einem Hammer den widernatürlichen Gebrauch eines Mörders zu machen.“ [Mus78b, S.38] Die Ingenieure beherrschen zwar ihr Metier, sind aber zu sehr in ihrer Ratio gefangen. Sie arbeiten wie Maschinen, tun also das, was ihnen gesagt wird, das, wovon ihnen die Grundlagenlagenforscher -Mathematiker, Physiker, Chemiker- berichten, dass es funktioniert. Sie schaffen es nicht, mit Kühnheit und Leidenschaft das Gefühl mit einzubeziehen, sodass ihnen eine durch Geist geprägte Lebenseinstellung nicht gelingt. Dafür sind je-

doch die Mathematiker prädestiniert. Im Essay von 1913 heißt es, dass es „heute keine zweite Möglichkeit so phantastischen Gefühls wie die des Mathematikers“ gibt.

Somit ist es nur konsequent, wenn Ulrich beschließt Mathematiker zu werden. Er wird sogar ein recht erfolgreicher Mathematiker; „er hatte nun in diesem dritten Beruf...nach fachmännischen Urteil gar nicht wenig geleistet.“ [Mus78b, S.41] Ulrich bedeutet dieser Erfolg jedoch nichts: „Von Ulrich dagegen konnte man mit Sicherheit das eine sagen, dass er die Mathematik liebte, wegen der Menschen, die sie nicht ausstehen mochten. Er war weniger wissenschaftlich als menschlich verliebt in die Wissenschaft.“ [Mus78b, S.40] Für Musil ist die Mathematik besonders dafür geeignet, den Weg von der Ratio zum Gefühl, vom Regelsystem zum intuitiven Einfall zu weisen. Wiederholt stellt Musil fest, dass die Mathematik in dieser Hinsicht durch keine andere Wissenschaft und Kulturer rungenschaft ersetzt werden kann. Andererseits könnte die Mathematik wegen der mehr funktionalen und weniger inhaltlichen Bedeutung eines Tages ausgedient haben und ihre dominante Stellung verlieren. Ulrich stellt sich auch auf eine solche Entwicklung ein, denn er meint „...ich habe doch nie die Absicht gehabt, mein Leben lang Mathematiker zu sein.“ [Mus78b, S.47]. Die Mathematik hat die in sie gesetzten Erwartungen erfüllt, da durch ihre Integrationskraft die Zusammenführung von Vernunft und Gefühl ansatzweise verwirklicht wurde. Dessen volle Realisierung „ist dann allerdings Sache der Dichter.“ [Mus78a, S.1008]. Wie beim Mathematiker, so ist auch beim Dichter keine berufsspezifische Tätigkeit gemeint, sondern eine Lebensform. Musil spricht von einem „Heimatgebiet des Dichters“, und meint damit folgendes: „Die Tatsachen unterwerfen sich nicht auf diesem Gebiet, die Gesetze sind Siebe, die Geschehnisse wiederholen sich nicht, sondern sind unbeschränkt variabel und individuell.“ [Mus78a, S.1028]

Auch Ulrich muss in diesem Sinne als Dichter fungieren, nicht schreibend, sondern analysierend, deutend.

In diesem Zusammenhang bringt Musil erneut Mathematik, und zwar die Wahrscheinlichkeitstheorie, ins Spiel. Obwohl alle Ereignisse individuell sind und sich nicht mit deterministischen Gesetzen festlegen lassen, so sind sie in ihrer Vielfalt doch nicht absoluter Willkür in einem Chaos ausgeliefert. Musil beschäftigte sich intensiv mit der mathematischen Teildisziplin Stochastik und deren philosophischen wie historischen Aspekte. Insbesondere setzte er sich mit dem Gesetz der großen Zahlen auseinander, wie aus folgender Tagebucheintragung hervorgeht: „Wichtigkeit: Auf der Tatsache des Gesetzes der großen Zahlen ruht die Möglichkeit eines wirtschaftlichen und staatlichen Lebens. Wäre sie nicht, würde in einem Jahr gar nichts geschehen, im nächsten nichts sicher sein, Hungersnöte würden mit Überfluss wechseln, Kinder würden fehlen oder zu viel sein usw. ...“ [Mus80, S.465]

Dieser Rückgriff auf das Gesetz der großen Zahlen ist schon eigenwillig, da dieses Gesetz eine Aussage über stochastische Konvergenz von Erwartungswerten macht: Wenn man das durchschnittliche Ergebnis einer hinreichend großen Anzahl gleichartiger, voneinander unabhängiger, zufälliger Ereignisse berechnet, so liegt dieses Ergebnis mit hoher Wahrscheinlichkeit sehr nahe am Erwartungswert der Zufallsvariablen.

Aber Musil sagt ja nicht, dass er aus diesem mathematischen Lehrsatz im streng mathe-

matischen Sinn eine Folgerung zieht, sondern er formuliert vorsichtig: „Auf der Tatsache des Gesetzes der großen Zahlen ruht die Möglichkeit ... Dieser Lehrsatz des Gesetzes der großen Zahlen soll in einer dem Kontext des deutenden Dichters angepassten Form, also in übertragenem Sinn verwendet werden. Deterministisch nicht festgelegte Einzelfälle können mit relativer Verlässlichkeit durch Prognosen und Erwartungen ausgesprochen werden: „...dann macht man zunächst aus seinem Haufen von Beobachtungen einen Zahlenhaufen; man macht Abschnitte...und bildet daraus Verteilungsreihen; es zeigt sich, dass die Häufigkeit des Vorkommens, eine systematische Zu- oder Abnahme hat oder nicht; man erhält eine stationäre Reihe oder eine Verteilungsfunktion, man berechnet das Maß der Schwankung, die mittlere Abweichung, das Maß der Abweichung von einem beliebigen Wert, den Zentral-, den Normal-, den Durchschnittswert, die Dispersion, usw. und untersucht mit allen solchen Begriffen das gegebene Vorkommen.“ [Mus78b, S.487].

Hier wird das Spannungsverhältnis von Unordnung und Ordnung angesprochen und die Frage, ob deterministische oder stochastische Erklärungen für die verschiedenen Ordnungsaspekte der Wirklichkeit angemessener sind. Für Musil hat die Stochastik oberste Priorität, denn er meint: „Jedenfalls ruht auf diesem Gesetz der großen Zahlen die ganze Möglichkeit eines geordneten Lebens.“ [Mus78b, S.489]. Dass durch Musils mathematischen Werdegang auch Mathematik in seinen literarischen Texten zu finden ist, ist unverkennbar. In seinem Hauptwerk *Der Mann ohne Eigenschaften* versucht Musil folgendes umzusetzen: nämlich die Integration von Vernunft und Gefühl. In einem Brief an den Herausgeber Frise, äußert er sich überzeugt, „...dass der Intellekt nicht der Feind des Gefühls ist, sondern der Bruder, wenn auch gewöhnlich der entfremdete.“ [Mus81, S.495].

Mathematik als Nebenthema: Thomas Mann

Thomas Mann wurde am 6. Juni 1875 in Lübeck geboren. 1895 schrieb er sich an der Technischen Hochschule in München ein um sich auf eine journalistische Laufbahn vorzubereiten. Meistens jedoch lebte er als freier Schriftsteller. Er musste unter der nationalsozialistischen Herrschaft emigrieren. 1936 nahm er die tschechoslowakische Staatsbürgerschaft an, worauf ihm dann die deutsche Staatsbürgerschaft entzogen wurde. 1943 bekam er die US-amerikanische Staatsbürgerschaft. Er gehörte zu den bedeutendsten Erzählern des 20. Jh. Zu seinen bedeutendsten Werken gehören neben *Buddenbrooks- Verfall einer Familie* von 1901, für das er 1929 den Nobelpreis für Literatur erhält, auch der stark autobiographische Roman *Königliche Hoheit* von 1909, *Der Zauberberg* von 1924, *Doktor Faustus* von 1947, *Der Erwählte* von 1951, *Bekenntnisse des Hochstaplers Felix Krull* von 1954, um nur einige zu nennen.

Verheiratet war er mit Katia Mann (geb. Katharina H. Pringsheim, Tochter des Mathematikprofessors Alfred Pringsheim). Gestorben ist Thomas Mann am 12. August 1955 in Zürich.

Thomas Mann weist in seinen Werken der Mathematik keine wichtige Rolle zu. Mathematische Spuren tauchen zwar auf, jedoch ohne den Fortgang der Handlung essentiell

zu beeinflussen, abgesehen von seinem autobiographischen Roman *Königliche Hoheit*, wo die Algebra das Werben des Prinzen Klaus Heinrich um Imma Spoelmann etwas erschwert. Die Mathematik erscheint meistens als Nebenthema.

Doktor Faustus

Vordergründig handelt es sich bei diesem Alterswerk um einen an den Faust-Mythos anknüpfenden Künstlerroman. Das Schicksal des "deutschen Tonsetzers Adrian Leverkühn" wird aus Sicht seines Jugendfreundes Serenus Zeitblom geschildert. Leverkühn ist zwar hochbegabt, aber menschlich kühl. Seine Tragödie wird in Beziehung gesetzt mit der Tragödie des deutschen Volkes. Der Pakt mit seinem inneren Teufel wird parallelisiert mit dem Bündnis des Bösen, das Deutschland eingegangen ist. Wobei Mann nicht verdeutlicht, was er mit diesem Bösen meint: Adolf Hitler selbst, den Nationalsozialismus im Allgemeinen oder noch umfassender, jegliches menschenfeindliche Denken überhaupt. Der Erzähler, Serenus Zeitblom, berichtet am Anfang über gemeinsame Studienzeiten. Er erinnert sich insbesondere an eine Vorlesung über die pythagoräische Philosophie: „Da lauschten wir denn, mitschreibend und von Zeit zu Zeit in das sanft lächelnde Gesicht des weißbemähten Professors aufblickend, dieser kosmologischen Frühkonzeption eines strengen und frommen Geistes, der seine Grundleidenschaft, die Mathematik, die abstrakte Proportion, die Zahl zum Prinzip der Weltentstehung und des Weltbestehens erhob... Die Zahl und das Zahlenverhältnis als konstituierender Inbegriff des Seins und der sittlichen Würde..." [Man74, S.126].

Die Mathematik wird mit weltanschaulichen Konzeptionen in einen Begründungszusammenhang gebracht. Insbesondere haben die pythagoräische Auffassung von einer mathematischen Grundstruktur alles Seienden, von konstituierender Kraft der Zahlen und Zahlenverhältnisse es dem Theologiestudenten Leverkühn angetan. Eine zentrale Rolle spielt in Leverkühns Leben die Mathematik. Daran fasziniert ihn die eigentümliche Mittelstellung zwischen den humanistischen und realistischen Wissenschaften." [Man74, S.64]. Danach interessiert er sich leidenschaftlich für die Musik, bis er bemerkt, „dass durch die Liturgie und ihre Geschichte die Musik stark ins Theologische hineinspielt, -praktischer und künstlerischer sogar als ins Mathematisch-Physikalische, in die Akustik." [Man74, S.112].

Somit begleiten ihn die Mathematik, Musik und Theologie nicht isoliert, sondern in einem Verbund durchs Leben. Die Wahl des Theologiestudiums ist nicht so wichtig, dass die beiden anderen Bereiche dominiert würden. In einem Brief an seinen ehemaligen Musiklehrer Kretschmar bekennt Leverkühn, dass ihn das Theologiestudium nicht ganz erfüllt und so „habe er in diesen Jahren daran gedacht, zur Mathematik überzugehen, bei der er auf der Schule immer gute Unterhaltung gefunden habe." [Man74, S.173].

Da aber Unterhaltung und Erfüllung nicht dasselbe sind, dies ist auch Leverkühn bewusst, weißer genau, wie ein Mathematikstudium für ihn enden würde: „Aber mit einer Art von Schrecken vor sich selber sehe er es kommen, dass er auch von dieser Disziplin,

wenn er sie zu der seinen mache, sich ihr verschwöre, sich mit ihr identifiziere, sehr bald ernüchtert werden, sich an ihr langweilen, der Sache so müd und satt sein werde, als wenn er's mit eisernen Kochlöffeln gegessen." [Man74, S.174].

Also jede isolierte, spezialisierte Beschäftigung mit einer der drei Disziplinen Theologie, Musik und Mathematik ist ihm unbefriedigend, ihm schwebt eine Synopse vor: „Mein Luthertum ...sieht in Theologie und Musik benachbarte, nahe verwandte Sphären, und persönlich ist mir obendrein die Musik immer als eine magische Verbindung aus Theologie und der unterhaltenden Mathematik erschienen." [Man74, S.176] Genauso argumentiert der Teufel während seines Dialogs mit Leverkühn: „Da haben sie dich die Gotteswissenschaft studieren lassen, wie's dein Dünkel sich ausgeheckt, aber du wolltest dich bald keinen Theologum mehr nennen ...und hieltest es ganz hinfort mit den figuris, characteribus und incantationibus der Musik, das gefiel uns nicht wenig, Denn deine Hoffart verlangte es nach dem Elementarischen, und die gedachtest es zu gewinnen in der dir gemäßeften Form, dort, wo's als algebraischer Zauber mit stimmiger Klugheit und Berechnung vermählt und doch zugleich gegen Vernunft und Nüchternheit allzeit kühnlich gerichtet ist." [Man74, S.330 f.] Der algebraische Zauber, durch welchen Musik mit stimmiger Klugheit und Berechnung vermählt wird, meint das mathematisch orientierte Kompositionsprinzip der Zwölftonmusik, dem sich Leverkühn verschrieben hat. Leverkühn beschreibt dies Zeitblom folgendermaßen: „Jeder Ton der gesamten Komposition, melodisch und harmonisch, müsste sich über seine Beziehung zu dieser vorbestimmten Grundreihe auszuweisen haben. Keiner dürfte wiederkehren, ehe alle anderen erschienen sind ...Es gäbe keine freie Note mehr. Das würde ich strengen Satz nennen. ...Das Entscheidende ist, dass jeder Ton darin, ohne jede Ausnahme, seinen Stellenwert hat in der Reihe oder einer ihrer Ableitungen. Das würde gewährleisten, was ich die Indifferenz von Harmonik und Melodik nenne." [Man74, S.255/257] Zeitblom antwortet daraufhin spontan: „Ein magisches Quadrat..." [Man74, S.257] Mathematik und Musik erhalten zusammen den Rang einer Identifizierung, da für Zeitblom die Kompositionsvorschrift eine mathematische, abkühlende Struktur hat. Die Mathematik dient ihm zur Ent-Emotionalisierung der Musik. Thomas Mann zeigt mit diesem Roman, in der ausnahmsweise die Mathematik kein Nebenthema ist, wie Theologie, Musik und Mathematik als Kulturerrungenschaften aufeinander angewiesen sind und nur zusammen zu voller Entfaltung gelangen. Die Konsequenz daraus ist, dass am Ende der Teufel die Theologie und Musik eliminiert und sich nur auf Mathematik stützt.

Literatur

- [Man74] Thomas Mann. *Gesammelte Werke in dreizehn Bänden, VI: Doktor Faustus*. S. Fischer, Frankfurt/M., 1974.
- [Mus78a] Robert Musil. *Gesammelte Werke II. Prosa und Stücke. Kleine Prosa, Aphorismen. Autobiographisches. Essays und Reden. Kritik*. Adolf Frise; Reinbek, Rowohlt, 1978.
- [Mus78b] Robert Musil. *Der Mann ohne Eigenschaften. 2 Bände*. Adolf Frise; Reinbek, Rowohlt, 1978.
- [Mus80] Robert Musil. *Tagebücher, Bd. 1*. Adolf Frise; Reinbek, Rowohlt, 1980.
- [Mus81] Robert Musil. *Briefe. 2 Bände*. Adolf Frise; Reinbek, Rowohlt, 1981.



Espressivo

—

Gibt es Musik ohne Emotion?

JOHANNES WINCKLER

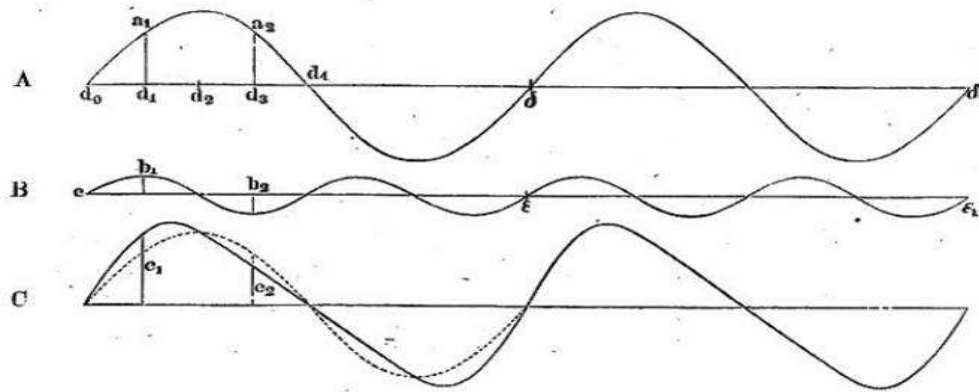


Abbildung 1: Lautstärke, Tonhöhe und Klangfarbe

Grundlagen der Akustik

In seiner Arbeit „Über die Lehre von Tonempfindungen“ (1863) beschreibt Helmholtz, dass periodische Luftschwingungen (zwischen ca. 30 und 30 000 pro Sekunde) als Klänge wahrgenommen werden. Schall breitet sich in der Luft kugelförmig aus, ähnlich wie Wellen, die sich nach dem Auftreffen eines Wassertropfens auf einer Wasseroberfläche kreisförmig ausbreiten. In unserer Wahrnehmung von Klängen können wir zwischen der Stärke des Klangs (= Amplitude der Schwingung), der Höhe (= Frequenz) und der Klangfarbe unterscheiden, wobei die Klangfarbe die unterschiedliche Wahrnehmung z.B. eines Geigentones und des Tones einer Stimmgabel von gleicher Tonhöhe und Lautstärke beschreibt. Die Klangfarbe ergibt sich aus der Art der periodischen Bewegung, die entweder eine „einfache“ (sinusförmige) Schwingung ist, oder die Kombination eines Tones mit seinen Obertönen („einfache“ Schwingungen, deren Frequenzen ein Vielfaches der Frequenz des Ausgangstones ist). Bei der Kombination von 2 oder mehr Tönen addiert sich quasi die Amplitudenhöhe der Schwingungen. Außerdem lassen sich weitere musikalische Parameter, wie Tonlänge bzw. Rhythmus und die Lautstärke, unterscheiden. Die Intervalle, wie wir sie kennen, ergeben sich aus Verhältnissen kleiner natürlicher Zahlen zu einem Grundton. So hat z.B. die Frequenz der Quinte im Vergleich zur Frequenz des Grundtons das Verhältnis 3:2. Dies erzeugt man z.B. durch das Abdrücken einer schwingenden Saite an unterschiedlichen Stellen. Wird die Saite z.B. bei $\frac{3}{7}$ ihrer Länge abgedrückt, so stehen die beiden „Teilsaiten“-Längen im Verhältnis 3:4 zueinander und es ertönt eine Quart. Unser Tonsystem besteht aus zwölf Halbtonschritten pro Oktav, die sich annähernd aus den Intervallen ergeben, die auf kleinen ganzzahligen Verhältnissen beruhen. [Hel63], [Rei11]



Abbildung 2: Zwölftonreihe in der Reisesonate (Hanns Eissler, 1937)

Zwölftonmusik und Serielle Musik – neue Strukturierung der Atonalität

Seit dem 17. Jahrhundert war das musikalische Denken geprägt von Tonalität und der Bezogenheit auf die Dur- und Molltonarten. In einer Komposition wurden zunächst ausschließlich Töne der zum Stück gehörigen Grundtonart bzw. ihrer nächsten „Verwandten“ verwendet. Im 20. Jahrhundert schließlich entstehen zwei gegensätzliche Strömungen: Während der Neoklassizismus im Streben nach großer Klarheit sich die Musik des 18. Jahrhunderts z.B. im Bereich Satztechnik zum Vorbild nimmt, entsteht nahezu parallel dazu, etwa um 1920, die Zwölftonmusik. Nach mehreren Jahren, in denen schon die atonale Komposition als neue Ausdrucksweise entwickelt worden war, findet Arnold Schönberg (1874-1951) mit der Zwölftonmusik eine Möglichkeit, der Atonalen Musik eine Struktur zu geben. Der Grundgedanke des Kompositionsverfahrens dieser Technik ist die Orientierung an einer Reihe, die jeden der zwölf Töne in einer Oktave genau einmal verwendet. Wenn wir den Anfangston mit 1 identifizieren und die darauffolgenden Töne mit der Stufe, die sie in der Chromatischen Tonleiter darstellen, erhalten wir aus einer Zwölftonreihe eine Permutation der Zahlen 1 bis 12 und umgekehrt. Ähnlich wie bei traditioneller Kompositionstechnik wird aus diesem Motiv eine Vielzahl neuer Motive gewonnen; der „Krebs“, also die Reihe rückwärts gespielt, oder „Umkehrungen“, bei denen die verwendeten Intervalle jeweils nach oben statt nach unten und umgekehrt ausgeführt werden, sind wichtige Elemente der Zwölftontechnik. Durch Transposition, also Verschiebung in der Tonhöhe dieser Motive, lassen sich 48 Bausteine erhalten, aus der sich ein Musikstück zusammensetzen lässt. Die Vorteile der Zwölftonmusik sind zum einen die Vermeidung der Tonalität, die Gleichberechtigung der Töne und damit einhergehend die Abwesenheit eines „Grundtons“, eines Tones der durch verfrühte Wiederholung wichtiger als die anderen werden könnte. Schließlich ersetzt die Zwölftontechnik die Struktur, die bei der Tonalen Musik durch die Harmonien bereitgestellt wurde. [A.08]

Hanns Eisler als Vertreter der Zwölftonmusik

Am leichtesten gelingt es, einen Zugang zur Atonalen Musik zu finden, wenn man ein „live“ aufgeführtes Werk in seiner vollen Länge hört. Im Rahmen des Romseminars wurde deshalb ein mit der Zwölftontechnik komponiertes Werk aufgeführt: die „Reisesonate“

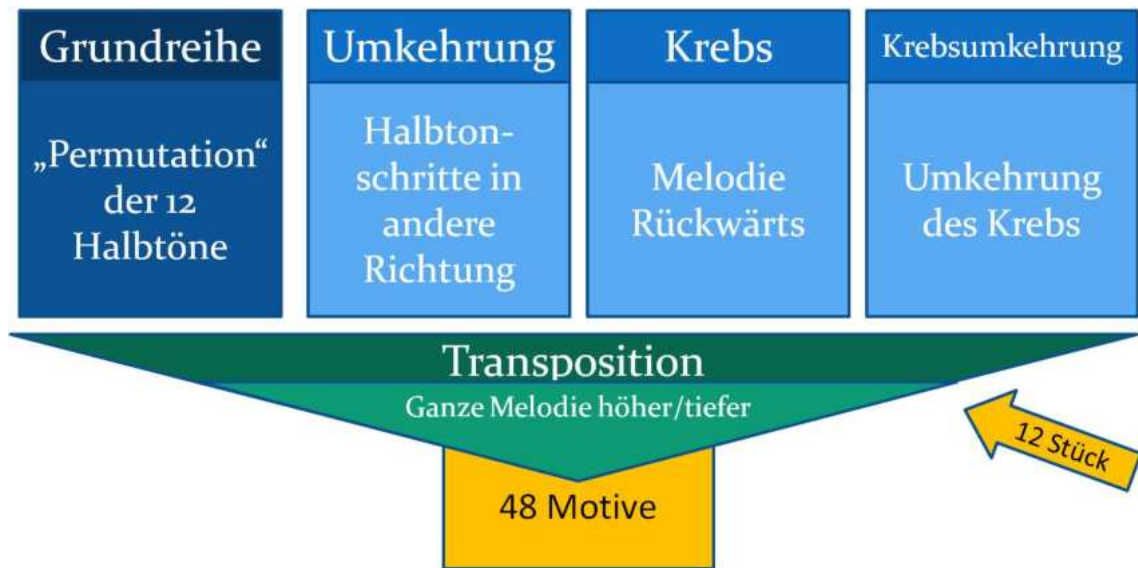


Abbildung 3

(1937) des österreichischen Komponisten Hanns Eisler (1898-1962). Als 20 Jahre jüngerer Schüler von Schönberg wurde er mit 25 Jahren erstmals mit der Zwölftonmusik konfrontiert. Er kam durch seine Geschwister früh in Kontakt mit dem Kommunismus und schrieb viele politisch motivierte Werke wie z.B. das Solidaritätslied oder das Einheitsfrontlied, Werke für Arbeiterchöre. Einen großen Teil seines Lebensunterhalts verdiente er durch die Komposition der gerade aufkommenden Filmmusik. 1933 flüchtet er von Berlin zunächst ins europäische Ausland, später nach Amerika. In seiner Reisesonate verarbeitet er diese Phase der Heimat- und Ruhelosigkeit. Nach dem Kriegsende wurde er aus den USA als Kommunist ausgewiesen und lebte seit 1949 in der DDR, wo er unter anderem die Nationalhymne komponierte. Nach insgesamt 3 geschlossenen Ehen stirbt er schließlich als 64-Jähriger in Berlin. In seiner Arbeit mit Schönberg kam es zu einem länger andauernden Konflikt; Schönberg belächelte Eislers revolutionäre Ansichten, Eisler kritisierte Schönbergs elitären Anspruch. Während die Musik für Eisler auch eine politische Dimension besaß, war sie für Schönberg nur „Kunst um ihrer selbst willen“. Schönberg als Entwickler der Zwölfton-Komposition hielt sich zunächst relativ starr an die strukturellen Vorgaben, Eisler hingegen betonte Reihenstrukturen, die auch „traditionelles Hören“ zulassen. So kommen z.B. auch Terz- oder Quintklänge in seinen Reihen vor. Schließlich wandte sich Eisler ganz von der Zwölftontechnik ab. Eines seiner musikalischen Ziele neben der Propaganda war es, die Filmmusik aus der „untergeordneten“ Rolle zu befreien und den Film als eigenständige „Kunst“ zu etablieren. [Gla08]

Abbildung 4: Mode des valeurs et d'intensités (Olivier Messiaen, 1949)

Serielle Musik

Eine Weiterentwicklung der Zwölftonmusik ab 1940 stellt die Serielle Musik dar. Neben den Tonhöhen werden hier auch weitere Parameter der Musik, wie die Tonlänge und Lautstärke, in teilweise voneinander unabhängigen Reihen organisiert. So wird auch gezielt verhindert, dass im Musikstück „einfache“ rhythmische Strukturen vorkommen, die vom Hörer bewusst wahrgenommen werden können. Ziel der Seriellen Musik ist es, Musik zu schaffen, die aufgrund der großen Strukturiertheit ein hohes Maß an Objektivität erreicht, also frei von der Beliebigkeit des persönlichen Geschmacks ist. Das Spielen der Seriellen Musik ist oft nicht ganz präzise möglich, zu komplex sind die exakten Vorgaben der Komponisten. Außerdem ist die Struktur der Seriellen Musik durch das Hören allein kaum nachvollziehbar. Befürworter der Seriellen Musik entgegnen, dass der „Sinn“ der Seriellen Musik nicht das Nachvollziehen der Musik ist und dass die Regeln der Seriellen Musik lediglich als Leitlinie dienen und nicht streng befolgt werden müssen. Es bleibt also Raum für Inspiration für den Komponisten. [A.08]

Wahrnehmung von Musik – Warum können wir Musik „fühlen“?

Insbesondere der rhythmische Teil der Musik wird vom Unterbewusstsein im Hirnstamm direkt aufgenommen und verarbeitet. Bei lauten, abrupten Geräuschen wie z.B. einem Schuss werden wir in Alarmbereitschaft versetzt, langsame Rhythmen und tiefere Töne wirken dagegen beruhigend. Im Belohnungszentrum im Gehirn, das auch für das

Glücksgefühl beim Essen, Sex oder Drogenkonsum zuständig ist, werden Glückshormone freigesetzt, wenn wir Musik hören, die uns berührt. Es kann zu einem „chill“ kommen, bei dem sogar die Herzfrequenz, die Leitfähigkeit der Nervenbahnen und die Atemtiefe messbar zunehmen [BA01].

Durch „Spiegelneuronen“ können wir beim Zusehen und –hören eines Musikers in eine ähnliche Stimmung versetzt werden wie der Musiker selbst, bei intensivem Zusehen und –hören werden automatisch die Bewegungen, das Atmen, die Haltung und die Ausdrucksgeesten der Musiker innerlich mitgeföhlt. Deshalb können wir Musik in Live-Konzerten intensiver erleben als vom Tonband. Das Verstehen von Musik ähnelt sehr dem Verstehen von Sprachen und wird in den gleichen Gehirnbereichen gelernt. Dabei wird ein musikalisches Muster automatisch mit bereits vorhandenen Strukturen im Gehirn über das sogenannte „Semantische Priming“ verknüpft, ähnlich wie wir bei dem Wort „Arzt“ eher an „Krankenschwester“ denken als an das Wort „Baum“. Wenn wir nun eine musikalische Figur hören, die sich leicht in unsere bisherige Gehirnstruktur einpassen lässt, werden beim Erkennen und Verstehen Endorphine freigesetzt [KS07].

Beim Hören von Musik können u.a. dann Endorphine ausgeschüttet werden, wenn im Gehirn der weitere Musikverlauf, z.B. die Melodie im nächsten Takt, korrekt simuliert werden kann. Dadurch kann die Prognosefähigkeit des Gehirns verbessert werden, ohne dass es bei einer falschen Vorhersage zu negativen Folgen kommt. Bei komplizierteren musikalischen Strukturen wie z.B. Werken der Zwölftonmusik ist das Gehirn der meisten Menschen überfordert. Melodieverläufe können nicht im Kurzzeitgedächtnis gespeichert werden, ein Wiedererkennungseffekt bleibt so aus. Wie „schön“ wir eine Musik empfinden ist also subjektiv und vor allem von unseren Assoziationen, die wir mit Musik verbinden, und von unserer Fähigkeit, Musik zu verstehen, abhängig [JP10].

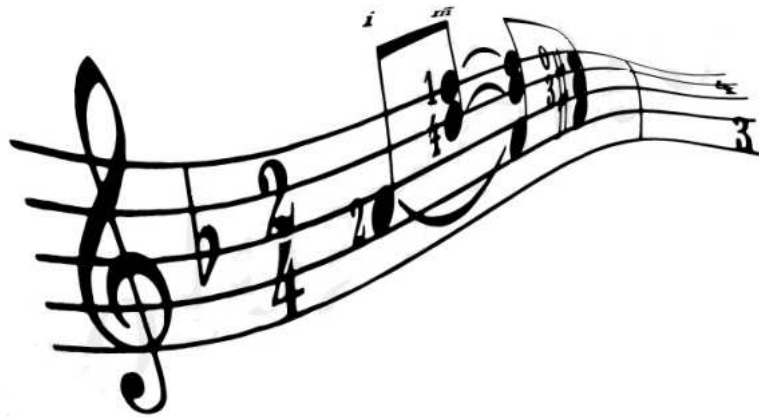
Persönliches Fazit

Ich persönlich höre lieber Musik, die auf tonalen Strukturen beruht. Je nach Komponist, Künstler und Musikstück gelingt es aber doch, auch mit einer sehr stark mathematisch strukturierten Musik Geföhle zu transportieren. Dies kann besonders dann gelingen, wenn die Musik „live“ vorgetragen wird, da dann zusätzlich der Künstler durch seine Mimik und Gestik beim Spielen die Intention des Komponisten unterstützen kann. So kann die Musik zum Nachdenken anregen, mitreißen oder auch begeistern, selbst wenn der Zuhörer die Zwölftonreihen nicht direkt erkennen kann. Allerdings finde ich das Hören von Serieller Musik in ihrer extremsten Form nicht sehr ästhetisch; die Abwesenheit von direkt erkennbaren Mustern, etwa beim Rhythmus oder der Lautstärke, wirken auf mich langweilig, die Musik scheint vorbeizuplättschern. Dennoch ist es interessant, sich mit diesem Teil der Musik des 20. Jh. auseinanderzusetzen.

Literatur

- [A.08] Whittal A. *Cambridge Introductions to music - Serialism*. Cambridge University Press, 2008.
- [BA01] Zatorre R.J. Blood A.J. Intensely pleasurable responses to music correlate with activity in brain regions implicated in reward and emotion. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 98:11818–11823, 2001.
- [Gla08] C. Glanz. *Hanns Eisler - Werk und Leben*. Edition Steinbauer Wien, 2008.
- [Hel63] H. Helmholtz. *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*. Vieweg Verlag Braunschweig, 1863.
- [JP10] Sloboda J. Juslin P. *Handbook of Music and Emotion*. Oxford University Press, 2010.
- [KS07] Fritz T. Koelsch S. Musik verstehen - eine neurowissenschaftliche perspektive. *Musikalischer Sinn*, 2:118–145, 2007.
- [Rei11] M. Reimer. *Der Klang als Formel - Ein mathematisch-musikalischer Streifzug*. Oldenbourg Verlag München, 2011.

Das Romseminar 2012 präsentiert



Zwischen Mathematik und Leidenschaft

JULIA HARLE
LEONARD KONRAD
DANIEL SCHMITZ
JOHANNES WICKLER

Donnerstag, 8. März 2012
Villa Massimo

Programm

Hungarian Dance, op. 196 No. 5

August Nolck (1862-1930)

Sonate für Violine und Klavier
II. Intermezzo (Andante Semplice)

Hanns Eisler (1898-1962)

Music of the Night

Andrew Lloyd Webber (*1948)

Blue Hills Waltz

Traditional

Maple Leaf Rag

Scott Joplin (1867-1917)

The Entertainer

Scott Joplin (1867-1917)

Das Hexen-Einmaleins

Johann Wolfgang von Goethe (1749-1832)

Die Mathematiker

Hans Magnus Enzensberger (*1929)

Die zwei Parallelen

Christian Morgenstein (1871-1914)

Von der Algebra der Gefühle

Hans Magnus Enzensberger (*1929)

Nach einer unvollendeten Mathematikarbeit

Reiner Kunze (*1933)



Musikalisch- poetisches Intermezzo oder Leiden(schaft) Mathematik

JULIA HARLE

Devi proprio capire come sta:
con l'Uno il Dieci si farà
e se il Due lo lasci com'è
basta che ci aggiungi il Tre
e sarai di già arricchito.
Il Quattro, è meglio che lo perdi.
Col Cinque e con il Sei
- parola della strega -
fai il Sette e l'Otto.
Tutto finisce qui:
il Nove è uno
il Dieci è nessuno!

Du musst versteh'n!
Aus Eins mach Zehn,
Und Zwei lass geh'n,
Und Drei mach gleich,
so bist du reich.
Verlier die Vier!
Aus Fünf und Sechs,
So sagt die Hex'
Mach Sieben und Acht,
So ist's vollbracht:
Und Neun ist Eins.
Und Zehn ist keins.
Das ist das Hexeneinmaleins!

Johann Wolfgang von Goethe (1749-1832), aus Faust I

Ich begrüße euch herzlich zu meinem Konzert, einem poetischen Intermezzo mit dem Thema „Emotionen in der Mathematik“. Diese, so habe ich während meiner Vorbereitung festgestellt, lassen sich zunächst in zwei Hauptkategorien einteilen. Die Emotionen der Kategorie Eins bilden dabei die größte Gruppe. Sie lassen sich mit „Leidenschaft Mathematik“ zusammenfassen. Goethes Hexeneinmaleins können wir dieser Kategorie zuordnen. Wir geben dieser Emotion daher den Namen Eins A „Leidenschaft eines Anfängers“.

Die Emotionen der Kategorie Zwei lassen sich hingegen mit „Die Mathematik schafft Leiden“ beschreiben. Sie hört sich etwa folgendermaßen an:

Wurzeln, die nirgends wurzeln,
Abbildungen für geschlossene Augen,
Keime, Büschel, Faltungen, Fasern:
diese weißeste aller Welten
mit ihren Garben, Schnitten und Hüllen
ist euer Gelobtes Land.

Hochmütig verliert ihr euch
im Überabzählbaren, in Mengen
von leeren, mageren, fremden
in sich dichten und Jenseits-Mengen.

Geisterhafte Gespräche
unter Junggesellen:
die Fermatsche Vermutung,
der Zermelosche Einwand,
das Zornsche Lemma.

Von kalten Erläuchtungen
schon als Kind geblendet,
habt ihr euch abgewandt,
achselzuckend,
von unseren blutigen Freunden.

Wortarm stolpert ihr,
selbstvergessen,
getrieben vom Engel der Abstraktion,
über Galois-Felder und Riemann-Flächen,
knietief im Cantor-Staub,
durch Hausdorffsche Räume.

Dann, mit vierzig, sitzt ihr,
 o Theologen ohne Jehova,
 haarlos und höhenkrank
 in verwitterten Anzügen
 vor dem leeren Schreibtisch,
 ausgebrannt, o Fibonacci,
 o Kummer, o Gödel, o Mandelbrot,
 im Fegefeuer der Rekursion.

Hans Magnus Enzensberger (geb.1929), Die Mathematiker aus Zukunftsmusik

Zurück zur Kategorie Eins! Eins B: Emotionen eines Surrealistischen Mathematikers

Es gingen zwei Parallelen
 ins Endlose hinaus,
 zwei kerzengerade Seelen
 und aus solidem Haus.

Sie wollten sich nicht schneiden
 bis an ihr seliges Grab:
 Das war nun einmal der beiden
 geheimer Stolz und Stab.
 Doch als sie zehn Lichtjahre
 gewandert neben sich hin,
 da ward's dem einsamen Paare
 nicht irdisch mehr zu Sinn.

Warn sie doch Parallelen?
 Sie wussten's selber nicht, -
 sie flossen nur wie zwei Seelen
 zusammen durch ewiges Licht.

Das ewige Licht durchdrang sie,
 da wurden sie eins in ihm;
 die Ewigkeit verschlang sie
 als wie zwei Serephim.

Christian Morgenstein (1871-1914) Die zwei Parallelen

*Ich habe mich schon immer gefragt, wie wohl Mathematiker mit Gefühlen umgehen.
 Dabei bin ich auf die Kategorie Eins C gestoßen. Sie trägt den Titel: „Das Leiden schafft
 Mathematik“*

Die Menge der Gefühle ist abzählbar unendlich,
d.h. sie lassen sich im Prinzip nummerieren, bis ins Aschgraue.

Die Nummer der Eifersucht
ist offensichtlich die Sieben.
Auch die Angst ist prim.
Und ich habe das dumpfe Gefühl,
dass die Demütigung
die 188 auf ihrer Stirn trägt -
eine Zahl ohne Eigenschaften.

Auch das Gefühl, nummeriert zu sein,
ist vermutlich längst nummeriert,
nur wozu und von wem?
Das erhabne Gefühl des Zorns
bewohnt ein anderes Zimmer
in Hilberts Hotel
als das Gefühl,
über den Zorn erhaben zu sein.

Und nur wer sich hingeben kann
dem abstrakten Gefühl
für die Abstraktion, der weiß,
dass es in manchen sehr hellen Nächten
den Wert Wurzel -1 anzunehmen pflegt.

Hans Magnus Enzensberger, Ausschnitt aus Von der Algebra der Gefühle

...ich dachte, ich sei fertig mit der Kategorisierung als Reiner Kunze nach einer unvollendeten Mathematikarbeit schrieb:

Alles Liebe durchdringe die Mathematik, sagt
der Lehrer: Medizin
Psychologie
Sprachen

Er vergisst
meine Träume

Reiner Kunze (geb. 1933), Nach einer Unvollendeten Mathematikarbeit

Das kleine musikalisch- poetische Experiment hat gezeigt, dass es viele Anknüpfungspunkte für Gefühle in der Mathematik gibt. Vor allem in der Vorbereitungsphase auf das Konzert musste ich mir Gedanken machen, wie ich wohl ein Zornsches Lemma oder eine Riemann- Fläche am Klavier vertonen könnte. Ich kann sagen, dass das Nachdenken über diese Frage wenig genützt hat. Es ist eben doch ein Gefühl! Doch wo kommt es her, das Gefühl des Zornschen Lemmas? Ist das Gefühl der Riemann- Fläche ein anderes? Ich glaube, dass es besonders die Emotionen sind, die sich auftun, wenn wir ein Theorem verstanden haben und es als Ganzes, als Lösung vor uns sehen. Ich denke, es stellt sich eine Art Gefühl für die Struktur des Theorems ein. Da jedes Theorem eine andere Struktur aufweist, können wir folglich auch für jedes Theorem ein anderes Gefühl entwickeln. Und das ist auch der Grund warum wir manchmal schon zu Beginn eines Beweises verspüren, dass das Zornsche Lemma darin vorkommen muss. Mit diesen Worten kommen wir zurück zum poetischen Hauptdarsteller des Konzertes: Hans Magnus Enzensberger, der mit seinen Worten: „Die Menge der Gefühle ist abzählbar unendlich...“ den entscheidenden Schlussakkord bietet. Wie die Mathematik auf derartige Gefühle reagiert, ist dem einzelnen Mathematiker und seiner Gefühlswelt überlassen. Und: Das Gefühl ist manchmal schneller als der Kopf.



**Eine satirische Auseinandersetzung
mit unseren Wegen zur
Mathematik**

—

**Warum man die Dinge, die man
am meisten hasst, auch lieben
kann.**

NATALIE SCHMÜCKER
RICHARD PIETSCH

Natalie

Es war zu der Zeit, als ich die achte Klasse besuchte und einen furchtbar unfähigen Mathematiklehrer hatte. Obwohl er unheimlich streng war und in Klassenarbeiten Punkte für weniger schöne Schrift abzog, war sein mathematisches Verständnis sehr begrenzt. Als gute Streberin wollte ich meine bisher guten Noten in Mathe halten. So musste ich mir fortan die Mathematik selbst beibringen. Als Schüler war es eine gänzlich ungewohnte Situation, stundenlang zuhause vor dem Mathebuch zu verbringen. Aber es lohnte sich: schon bald konnte ich den strengen Herrn Lehrer Stunde für Stunde verbessern, und mein Beliebtheitsgrad bei Schülern und dem Lehrer sank exponentiell. Dafür blieben meine Noten aber konstant. In der Oberstufe spitze sich die Situation weiter zu und meine Lehrerin im Mathe-LK übergab mir regelmäßig die Leitung der Schulstunden. So schickte sie mich auch zu einem Begabtenförderungskurs bei Herrn Overhagen an der Uni. Jeden Montag versuchten sich dort einige Schüler über mehr als drei Stunden am Lösen mathematischer Probleme. Außerdem besuchten wir das Mathematikum in Gießen. Gegen Ende des Kurses kam der betreuende Dozent zu der Meinung, dass ich ja eh nichts verstanden hätte und mich deshalb hoffentlich nie wieder im Fachbereich Mathematik blicken lassen würde. Nach dem Abi und einigen Monaten Langeweile fiel mir jedoch nichts besseres ein, als mich in den Bachelor-Studiengang Mathematik an der Universität Siegen einzuschreiben. Und eine der ersten Veranstaltungen war dann natürlich direkt bei dem Dozenten aus dem Begabtenkurs. Während er nur kopfschüttelnd meine Anwesenheit wahrnahm, schlief ich regelmäßig auf den Schultern meines Banknachbarn ein. So hatte ich mir ein Studium der Mathematik nicht vorgestellt. Die Vorlesungen waren trocken und langweilig und die Übungen so schwer, dass mir nur mein bald bester und einziger Freund Google helfen konnte. Auch sonst wurden meine Erwartungen an das Studentenleben ganz und gar nicht erfüllt, denn von Dauertrunkenheit und rauschenden Partys mit heißen Männern fehlte an diesem Campus jede Spur. Die meisten Kerle waren vom Typ „Nerd“ und die Mädels dachten bei einem Cosmopolitan eher an eine neue Geschlechtskrankheit. So beschäftigte ich mich fortan mehr oder weniger freiwillig mit Eigenschaften von Körpern nicht männlicher Natur, Maßeinheiten, bei denen Größe keine Rolle spielte und Räumen irgendwo zwischen greifbar und nicht vorhanden. Das Ergebnis war mehr oder weniger befriedigend und Herrn Overhagen freute es, dass meine *Standardnote* in den meisten Fächern des ersten Semesters eine 3,7 war. Letzen Endes drohte ich komplett an nicht vorhandenen Programmierkenntnissen zu scheitern. Doch ich beherzigte Goethes Aussage: „Sie ist eine Mathematikerin und also hartnäckig“. Na ja, zumindest wollte ich ja mal eine werden und wiederholte die *Einführung in die Informatik* gleich drei mal. Die Zeiten der Streberin aus der Schule waren zwar vergangen, aber mit der Zeit holte ich auch an der Uni etwas auf und konnte alle Kurse bestehen. Es gab zwar so manchen Tag, an dem ich das Studium mehr als bereut habe, wenn ich von einem Übungszettel mal wieder minus eine Aufgabe lösen konnte, aber insgesamt war es interessant, ansprechend und immer wieder anders. Und in welchem Beruf oder Studiengang bekommt man schon jede Woche seine Grenzen aufgezeigt? Eine große Motivation war es außerdem, zu sehen, wie sich Studenten der Wirtschaftswissenschaften im gleichen

Semester herumschlugen. Sie jammerten schon beim bloßen Anblick eines Summenzeichens, welches für mich schon lange kein Problem mehr darstellte. Überhaupt waren sie immer gänzlich mit allem überfordert. Da meine *Frustrationsgrenze* bereits sehr gestiegen war, konnte ich über solche Studenten nur noch lachen. So nahm das Studium seinen Lauf und Dinge, die ich in der Schule nur mit Mühe und Not verstanden hatte, waren auf einmal entspannend. So konnte ich ein Gespür für die Mathematik entwickeln, dass nicht jeder besitzt und bin damit vielen Menschen auch im Alltag ein Stück voraus. Im dritten Semester begann ich, Tutorien zu halten. Auch wenn ich niemals Lehrer werden wollte, versuchte ich mich vor einer Gruppe Erstis von etwa 30 Studenten. Mit der notwendigen Härte und dem richtigen Ton konnte ich auch dort selbst die größten Freaks von MEINER Lösung überzeugen; auch wenn ich des Öfteren Sätze wie „Pah, Frauen und Mathematik!“ zu hören bekam. Dazu kann ich nur sagen, dass das Frauen-Männer-Verhältnis an unserem Campus relativ ausgeglichen ist. Es gibt etwa drei männliche und drei weibliche Master-Studenten. Nach sechs Semestern *Hardcore-Mathematik* und völliger sozialer Isolation wollte ich es wissen: ich bewarb mich in einer Bank, um endlich das Gelernte einmal anwenden zu können. Und ich bekam tatsächlich direkt eine Stelle. Unter den Studenten war ich fortan der „Weihnachtsbaum“. So glühten zumindest ihre Augen vor Begeisterung, wenn ich sagte, ich arbeite im Risikomanagement einer großen Bank. Aber wie mit den meisten Geschenken unter dem Weihnachtsbaum war es auch mit diesem Job: er glänzte nach außen, war aber langweilig, hatte nichts mit Mathe zu tun und führte auf Dauer zur totalen Verdummung. Vielleicht wäre dieser Job für all die begeisterten BWLer genau das Richtige gewesen, aber ich fühlte mich zum ersten Mal nicht besonders wohl in meiner Haut und überlegte, ob es ein einfacheres Studium nicht auch getan hätte. Aufgrund der bereits erwähnten Hartnäckigkeit versuchte ich jedoch, das Beste daraus zu machen und riss die schweren Aufgaben an mich, sodass es letzten Endes doch ganz spannend war. Aber während dieser Zeit in der Bank wurde mir auch klar: den Master muss ich noch machen. Zurück an der Uni hatte ich das umgekehrte Problem. Mit Dauer-Online-Shopping und schickem Anzug war jetzt Schluss. Es wartete wieder die richtige Mathematik auf mich. Nach einer nicht bestandenen Prüfung wusste ich dann, dass ich noch am Leben war und kam zurück auf den Boden der Tatsachen. Da stehe ich bis heute und freue mich, all die Dinge aus der Schule über Geometrie und Analysis mal eben jemandem erklären zu können oder bei vielen Dingen, egal ob Aktien, Turbinen oder Sonstigem zumindest ein bisschen mitreden zu können. Dabei ist genau das eines der Probleme der Menschen, die die Mathematik so verabscheuen. Egal ob Schüler oder Promis, alle outen ihre schlechten Noten und ihre Aversion gegen das Fach Mathematik. Dabei reicht ihr Horizont einfach nicht so weit, um zu erkennen, wie schlüssig und logisch die Mathematik ist und das hier die Benotung nicht mit einer subjektiven Meinung einhergeht. Und sie sehen nicht, was sich in der Welt alles um Mathematik dreht – oder wie Galileo Galilei sagte: „Die Mathematik ist das Alphabet, mit dem Gott die Welt geschrieben hat.“

Richard

Vergliche ich meine Haltung zur Mathematik mit einer zwischenmenschlichen Beziehung, so müsste ich zugeben, dass diese von vielen Höhen und Tiefen geprägt wäre. Zugegeben, der Höhepunkt war recht schnell erreicht. Nachdem ich noch in der Grundschule alle Zahlen auswendig gelernt hatte und daraufhin sogar verstand, dass Zahlen und Ziffern nicht das Gleiche sind, ging es steil bergab. Addition, Subtraktion, Multiplikation und „durch rechnen“ waren nicht das größte Problem. Eher die mathematischen Konstrukte, welche sich gemeine erwachsene Menschen ausdachten, um Schülern das Leben zur Hölle zu machen. Ich verstehe bis heute nicht, wie man eine Kurvendiskussion ohne jegliche anschauliche weibliche Diskussionsgrundlage führen kann. Mit der bestandenen Abiturprüfung tätigte ich den festen Entschluss, mich von der Mathematik zu trennen. Als dann später die Entscheidung bevorstand, welchen Studiengang ich besuchen wollte, war eines für mich klar: es muss Spaß machen, muss anspruchsvoll und spannend sein, eine hohe Frauenquote wäre von motivativem Vorteil und – was das wichtigste war – es darf nichts und auch rein gar nichts mit Mathematik zu tun haben. Der hatte ich ja schließlich abgeschworen. Nach reifer Überlegung entschloss ich mich, das einzig Richtige zu tun und mich für einen Informatik-Studiengang zu bewerben. Was konnte dabei schon schief gehen?

Als ich nach erfolgreicher Immatrikulation das erste mal auf meinen Stundenplan blickte, stellte ich schnell fest, dass hier irgendjemand in der Verwaltung einen Fehler gemacht haben musste. „Mathematik I“. Nicht nur, dass mich die Mathematik bis ins Studium verfolgt hatte, nein, scheinbar gab es sogar mehrere Veranstaltungen dieser Art, wie der als Zahl fungierende Buchstabe hinter der Bezeichnung andeutete. Entmutigt besuchte ich die erste Veranstaltung und stellte fest: da war sie wieder, die Mathematik, mit all ihrem Grauen und Schrecken, mit ihren gemeinen Fallen und hinterlistigen Tricks, und mit all diesen Dingen, die ich nicht verstand und nicht verstehen wollte. Das beeindruckendste an der Mathe-Vorlesung war, dass der Professor unabhängig von Anwesenheit und Interesse des Publikums unbeirrt sein monotones Programm abspielte. Ich besuchte die Veranstaltung einige Male und erfuhr drei Wochen später, dass es eine Abschlussveranstaltung gäbe, in der alles prüfungsrelevante wiederholt werden würde. Dies war der Zeitpunkt, an dem mich der Prof das letzte mal vor der Prüfung wieder sah. Übersichtlich vorbereitet legte ich die erste Prüfung ab, bestand überraschend überdurchschnittlich gut und freute mich, bereits eine Taktik für Mathematik II in petto zu haben: Abschlussveranstaltung antun, Prüfung schreiben, Mathe für immer abhaken. Wie das Leben so spielt, verpasste ich im nachfolgenden Semester selbstverständlich die besagte Schluss-Veranstaltung und stellte leider auch erst in der Prüfung fest, dass es sich bei Mathematik II um „Konstruktive Geometrie“ handelte. Dank der Bonusaufgabe, bei welcher es darum ging, eine Ellipse zu zeichnen, bestand ich dieses Fach mit einer sauberen 4 und senkte damit meinen bis dahin überragenden Schnitt im Modul Mathematik auf 3,5. Dass sich während meines Studiums auch hinter anderen Fächern Mathematik verstecken sollte, ahnte ich zu diesem Zeitpunkt noch nicht. Doch zunehmend gewann die trockene Materie an Substanz. Der Theorie wurde die Praxis zur Seite

gestellt. Und Mathematik ergibt, wenn man damit Strahlen durch einen Raum und verschiedene Materialien verfolgt, nicht nur plötzlich so etwas wie einen Sinn, sondern am Ende auch ein tolles Bild auf dem Computerbildschirm. Und das war ja genau das, was ich machen wollte. Coolen Grafikkram und so. Zugegeben, ich hatte daran zu knabbern und es brauchte mehrere Anläufe bis aus langen Zeilen Code bunte Bilder wurden. Eine stark vereinfachte Anwendung lief mir kurze Zeit später in meiner Tätigkeit als Werkstudent über den Weg: ich durfte für einen namhaften Kunden ein Torwandschießen programmieren. Ich verfolgte also den Ball durch den gedachten Raum, berechnete seine Bewegung unter Einfluss verschiedenster Parameter und wusste letztendlich schon beim Mausklick des Nutzers, ob der Ball ins Ziel trifft oder an der Torwand abprallt. Mathematik und Physik gepaart mit einem spannendem Anwendungsbeispiel – und ich wurde dafür bezahlt, Klasse!

Ich beendete mein siebtes Semester und stürzte mich noch vor meiner Diplomarbeit in ein spannendes berufliches Abenteuer. Meinen wohl überlegten Entscheidungen und einer Serie glücklicher Zufälle hatte ich zu verdanken, dass alle Prüfungen bestanden waren. Mit einem halbwegs abgeschlossenen Studium der Medieninformatik entschied ich mich, einen sinnvoll nachvollziehbaren Schritt in meine berufliche Zukunft zu gehen. Informatiker sind heiß begehrt und introvertiert genug, um tagelang an kniffligen Aufgaben zu sitzen, ohne das Handtuch zu werfen. Sie sind überwiegend fleißig und bereit, zu unmenschlichen Zeiten zu arbeiten. Und wenn es darauf ankommt, sind sie korrekt und ernst. Letzteres ist ihrer allgemeinen Witzlosigkeit geschuldet. Nach reichlicher Überlegung entschied ich mich für einen informatikertypischen Job: ich bewarb mich in einer Werbeagentur. Als Programmierer in einem solchen Umfeld füllt man eine seltsame berufliche Nische, die bisher noch wenig erforscht ist. Man macht im Prinzip das gleiche, was alle Programmierer tun, nämlich – wer hätte das gedacht – Kaffee trinken und nebenher ein bisschen Programmieren. Der Unterschied ist, dass man sich unheimlich cool und interessant dabei vorkommt. Und letztendlich macht man es ja auch nicht für das Geld, sondern für die Ladies. An großen Projekten mit spürbarer Außenwirkung zu arbeiten ist interessanter, als irgendwelche Compiler für irgendwas zu bauen. Aber davon versteh ich eh nix, bin ja nur Medieninformatiker. Motiviert und von mir selbst überzeugt („Ich hab studiert und nebenbei anderthalb Jahre gejobbt, ich bring’ es also!“) startete ich in ein Praktikum. Schnell stellte ich fest, dass das Niveau hier ein Level höher war. Es war zugegebenermaßen so hoch, dass ich allein zwei Wochen brauchte, um die Kaffeemaschine bedienen zu können. Doch schnell stellten sich erste Erfolge ein. Eine der Herausforderungen war ein sprachgesteuertes Ping-Pong Spiel für einen bekannten Schweizer Kräuterbonbon-Hersteller, oder die Entwicklung eines Online-Spiels für eine integrierte Kampagne, welche mehrfach prämiert wurde. Neben meiner Tastatur stapelten sich Blätter mit Ideen, Skizzen und Formeln. Schließlich begann ich auch mit meiner Diplomarbeit. Jedoch allein der Versuch, einem sterblichen Wesen logisch erklären zu wollen, warum meine Arbeit überhaupt Relevanz für die Wirtschaft hat, würde den Rahmen dieses Abends sprengen. So scheiterten auch jegliche Anläufe, meiner Familie zu erläutern, womit ich mich beschäftigte. Meine Mutter sagte mir einmal am Telefon:

„Junge, wenn du bei deiner Arbeit Hilfe brauchst, ruf an, dann erklär ich's dir!“. Und noch bevor Sie den Satz wirklich beendet hatte, legte sie auf.

Aversionen gegen die Mathematik? Ich kann es verstehen. Denn wenn ich an Mathematik denke, dann muss ich zugeben, dass ich viele Dinge, die ich gelernt habe, nicht verstand und so schnell auch nicht verstehen werde. Aber ich habe gelernt, die Zähne zusammen zu beißen, und begriffen, dass man in dem Berufsfeld, welches ich mir ausgesucht habe, ohne Mathematik nicht weit kommt. So gern man es manchmal täte, man kann auf Mathematik nicht verzichten.

Meine Beziehung zur Mathematik ist schnell erklärt: Wenn sie sich nicht ab und zu bei mir melden würde – freiwillig ruf ich sie nicht an! Und wenn wir uns dann doch mal treffen, bleibe ich freundlich und versuche, sie wenigstens ein bisschen zu verstehen.



Vier bei Mir(iam): Sofia, Alexandre, Donald, Grischa

MARTIN ADLER

MIRIAM BOMBIERI

SILVIA BECHER

PANAGIOTIS KONSTANTIS

DOMINIKUS KRÜGER

Teil I: Vorstellung der Personen

Miriam Bomberi betritt unter Applaus die Bühne. Die Titelmelodie Finite Simple Group (of Order Two) wird eingespielt.

Miriam Gentili singori e signore benvenuti alla prima puntata di VIER bei MIR(IAM)! Heute haben wir vier außergewöhnliche Persönlichkeiten aus der Mathematik als Gäste. Ich begrüße eine der ersten Frauen, die in der akademischen Welt eine Karriere machen konnten. Sie wurde 1850 in Moskau geboren und mit 19 Jahre zuerst nach Österreich und danach nach Deutschland ausgewandert um studieren zu können. Sie hat viel gelitten, viele berühmte Mathematiker kennengelernt, wurde von vielen geliebt und von vielen gehasst. Aber dank ihres starken Temperaments hat sie es geschafft sich durchzusetzen.
Signore e signori **Sofia Wassiljewna Kowaleskaja!**

Sofia Kowaleskaja betritt begleitet von einem Hustenanfall und der Musik der Titelmelodie die Bühne.

Miriam Herzlich Willkommen Frau Kowaleskaja!

Sofia K. Guten Tag Miriam, wir Frauen können uns doch ruhig duzen!

Miriam Danke, dass du unsere Einladung angenommen hast!

Sofia K. Nichts zu danken, obwohl man mich am Bahnhof hätten abholen können! Ich hatte kein Kleingeld dabei und musste mein Gepäck selbst schleppen. Dabei habe ich mir wohl eine Lungenentzündung zugezogen.

Miriam Es tut mir leid, aber du weißt.. Die Krise.. Aber lass uns über dich sprechen...! Du hast große Beiträge zur Theorie der Partiellen DGL geleistet. Wie ist deine Leidenschaft für Mathematik entstanden?

Sofia K. Tja, eigentlich ist mein Onkels Pjotr schuld. Er hat zwar nie Mathematik studiert, aber sich dafür interessiert und er liebte es darüber zu sprechen. Auch mit mir, obwohl ich noch ein Kind war. „So hörte ich von ihm zum ersten Mal etwas über die Quadratur des Kreises und über die Asymptote, auf die eine Kurve beständig zuläuft, um sie doch erst im Unendlichen zu berühren, alles Dinge, die ich selbstverständlich nicht zu begreifen vermochte, die jedoch auf meine Phantasie einwirkten und in mir eine Begeisterung für Mathematik erweckten; ich sah in ihr gleichsam eine hohe Geheimwissenschaft, die den Eingeweihten eine neue, wunderbare Welt eröffnet, zu der gewöhnliche Sterbliche keinen Zutritt haben.“ [Tol95, S.24] Die Sache verstärkte sich noch, als meine Familie, ich war gerade acht Jahren, nach Palibino aufs Land zog. Wir hatten nicht genügend Tapeten mitgebracht, das wäre heutzutage kein Problem, aber damals schon. Neue Tapeten hätten wir aus St. Petersburg beschaffen müssen, das war 500 km weit entfernt und so wurde mein Zimmer notdürftig mit Papierbögen, die wir auf dem Dachboden fanden, beklebt. Diese Papierbögen waren jedoch eine Vorlesungsmitschrift meines Vaters, über Differential- und Integralrechnung. Schnell habe ich erkannt, dass einiges

was mein Onkel erzählt hatte, ich auf meiner „Tapete“ wiederfinden konnte. Ich war von diesen geheimnisvollen Hieroglyphen fasziniert und habe mir stundenlang meine Wände angeschaut. „Ich muss gestehen, dass ich damals nichts davon verstand, aber es war, als ziehe mich eine unwiderstehliche Macht zu dieser Beschäftigung.“ [Tol95, S.24] Ja, so hat alles angefangen... glückliche Zufälle!

Miriam Eine sehr spannende Geschichte! Wir werden später die Möglichkeit haben, mehr von dir zu erfahren. Nochmals danke fürs Kommen. Nehm bitte Platz!

Sofia Kowaleskaja nimmt Platz.

Miriam Unser nächster Gast ist „körperlich stark, nicht sehr groß, aber hat eine enorme intellektuelle Kraft“ [Han08]. Er sagt, seine drei Passionen seien Mathematik, Frauen und Meditation. Er ist 1928 in Berlin geboren, in Hamburg aufgewachsen und 1939 nach Frankreich geflohen. Für sein mathematisches Werk ist er mehrfach ausgezeichnet worden, trotzdem hat er 1970 der Mathematik den Rücken gekehrt. Niemand weiß, wo er sich jetzt aufhält, aber nach langem Suchen haben wir es geschafft, ihn in den Pyrenäen zu finden.

Meine Damen und Herren **Alexander Schurik Grothendieck!**

Alexander Grothendieck betritt barfuß die Bühne. Die Titelmelodie wird eingeblendet.

Miriam Herzlich Willkommen Herr Grothendieck und ich danke Ihnen fürs Kommen!

A. Grothendieck Danke Ihnen Frau Bombieri. Es ist sehr professionell von Ihnen, mich zu siezen, nicht so wie einer meiner Schüler, dessen Brief ich vor einer Woche bekommen habe.

Miriam Wieso? Was für einen Brief haben Sie bekommen?

A. Grothendieck Es war ein Brief, den ich als Antwort auf die Veröffentlichung meines Werkes „Récoltes et Semailles“ erhalten habe - man könnte sagen, es war eine Art Kritik. Dieser besagte Schüler warf mir vor, ich würde die Meinung anderer nicht akzeptieren, wäre verantwortlich für das „Abrutschen in manchen persönlichen Beziehungen“ und es mangle mir an Höflichkeit und Respekt. Unerhört! Daraufhin habe ich ihm geantwortet, „dass ich es vorziehen [würde], wenn [er] mich nicht mit meinem Vornamen anrede[t], denn das ist ein Zeichen von Vertrautheit oder einer von Sympathie und Zuneigung geprägten Bindung“. ([Sch10], Seite 134)

Miriam Keine Sorge, ich werde Sie weiterhin siezen. Bevor ich Sie darum bitte, Platz zu nehmen, möchte ich Ihnen gerne noch eine Frage stellen. Sie hatten doch eine schwierige Kindheit. Sie mussten vor den Nazis fliehen, ihr Vater Sascha Schapiro ist im KZ umgekommen und ihre Mutter Johanna Hanka Grothendieck haben Sie erst nach dem Krieg in Frankreich wieder gefunden. Wie sind Sie zur Mathematik gekommen?

A. Grothendieck Schon in der Schule in Le Chambon-sur-Lignon hatte ich eine gewisse Neigung für die Mathematik. Später während meines Studiums in Montpellier habe ich die Maßtheorie für mich entdeckt. Aber spätestens als ich nach Paris an die École Normale Supérieure zu Henri Cartan wechselte, und dann nach Nancy zu Jean Dieudonné und Laurent Schwartz, war ich mir meiner Liebe zur Mathematik bewusst.

Miriam Ich habe das Gerücht gehört, dass Sie innerhalb eines Jahres 14 Probleme von Schwartz gelöst haben. Ist das korrekt?

A. Grothendieck Ja, das stimmt dann wohl.

Miriam Klingt spannend. Also, nochmals danke. Sie können jetzt Platz nehmen.

Alexander Grothendieck nimmt rechts neben Miriam Bombieri Platz.

Miriam Ich möchte Ihnen jetzt den dritten Gast vorstellen. Viele von Ihnen sind ihm zu Dank verpflichtet, weil er der Schöpfer des Programms \TeX ist. Er ist 1938 in den USA mit deutschen Wurzeln geboren, hat viele Ehrendokortitel, seit 2001 auch einen der Universität Tübingen.

Meine Damen und Herren **Donald Ervin Knuth!**

Donald Knuth betritt begleitet von der eingespielten Titelmusik die Bühne.

Miriam Guten Tag, Herr Knuth.

Donald K. Miriam, mach mich bitte nicht noch älter, als ich eh schon bin. Du darfst mich gern duzen.

Miriam Aber gerne doch Donald. Vielen Dank, dass du Zeit fürs Kommen gefunden hast. Dabei bist du doch gerade mit dem Band 4b deines Werkes *The Art of Computer Programming* sehr beschäftigt. Was du dir da vorgenommen hast, ist ja kein kleines Projekt. Kannst du uns kurz etwas darüber erzählen?

Donald K. Ein riesiges Projekt! Ich habe als Student damit angefangen und dem Verlag 1966 ein handgeschriebenes Manuskript von 3000 Seiten vorgelegt. Leider bin ich noch immer nicht fertig geworden, diese knappe Sammlung von Ideen komplett in Buchform zu bringen. Aber ich bin guter Dinge, dass das noch wird. Eigentlich wollte ich nur ein Buch über Compiler schreiben, aber für die Grundlagen musste ich so weit ausholen, dass es dann doch ein paar Bände mehr geworden sind.

Miriam 3000 Seiten? Das ist eine wahrlich beachtliche Zahl, wenn man bedenkt, dass du damals ja noch nicht einmal 30 Jahre alt warst. Aber anscheinend kanntest du dich ja schon in jungen Jahren sehr gut mit Wörtern aus.



Abbildung 1: „Ziegler’s Giant Bar“ Schokoriegel, zu dem Donald Knuth den Wettbewerb um die meisten Wörter gewann.

Donald K. Keine Ahnung, woher du das weißt! Als ich im achten Schuljahr war, habe ich damit tatsächlich einen, ich glaube fast es war sogar mein erster, Preis gewinnen können. Damals hatte ein Süßwarenfabrikant einen Wettbewerb ausgeschrieben, bei dem es darum ging, so viele Wörter wie möglich aus ihrem Produktnamen „Ziegler’s Giant Bar“ zu bilden. Ich habe dafür eine Liste von 4500 Wörtern eingereicht, und es stellte sich heraus, dass die Jury selbst 2000 Wörter weniger als Musterlösung bereitliegen hatten. Ich „gewann den ersten Preis, einen Fernseher, sowie genug Schokoriegel, [um] die ganze Schule zu versorgen“ [Haf02]. Du kannst dir sicher vorstellen, was damals in der Schule los war.

Miriam Oh doch, das kann ich mir sehr gut vorstellen! Nochmals danke fürs kommen. Nimm bitte Platz.

Donald K. Sehr gerne, danke.

Donald Knuth nimmt neben Sofia Kowaleskaja links außen Platz.

Miriam Ich freue mich jetzt Ihnen unseren letzten Gast vorzustellen. Es war schwierig, ihn zu überreden, hierher zu kommen. Unter den Mathematikern ist er berühmt, weil er als Erster ein Millennium Problem gelöst hat. In der Öffentlichkeit ist er bekannt als der Mathematiker, der 1.000.000 Dollar abgelehnt hat.
Meine Damen und Herren **Grigorji Perelman!**

Grigorji Perelman betritt musikalisch von der Titelmusik untermalt die Bühne.

Miriam Zuerst möchte ich mich bei Ihnen fürs Kommen bedanken.

Miriam Bombieri versucht Grigorji Perelman die Hand zu geben, dieser aber reagiert nicht und schaut sie regungslos an.

Miriam Wieso haben Sie sich entschieden zu kommen?

G. Perelman Ihre Einleitung zeigt, dass Sie nichts verstanden haben. Ich brauche auch keine Bewunderung von Leuten, die meine Arbeit nicht verstehen.

Miriam Und was ist der Grund, dass Sie meine Einladung angenommen, aber die Einladung zur Verleihung der Fields Medaille 2006 abgelehnt haben?

G. Perelman Ich wollte meiner Mutter Rom zeigen! Aber eigentlich können Ihnen die Gründe egal sein. Ich bin nicht hier, um mich zu rechtfertigen. Ich habe inzwischen mit der Mathematik abgeschlossen und ihr den Rücken gekehrt.

Miriam Sie würden sich also nicht mehr als Mathematiker bezeichnen?

G. Perelman Ja.

Miriam Wieso?

G. Perelman Die mathematische Fachwelt hat mich enttäuscht und mich wütend gemacht. Sie verstehen mich einfach nicht. Ich brauche weder den Ruhm von Leuten, die nichts von meiner Arbeit verstehen, noch ihr Geld.

Miriam Rukshin, einer Ihrer Betreuer aus ihrer Zeit der Schulwettbewerbe hat mir gesagt, dass Sie mal eine Musik CD, die er Ihnen von einem ausländischen Bewunderer weitergeben sollte, auf seinem Kopf zerschlagen haben. Ihre Emotionen beschränken sich also nicht nur auf die Mathematik [Ges09].

G. Perelman Regeln sind Regeln! Ich brauche keine Geschenke.

Miriam Was für Regeln?

G. Perelman Regeln, die für mich selbstverständlich sind und die ich ausnahmslos befolge. Solange Menschen die Regeln einhalten, habe ich auch keine Probleme mit ihnen.

Miriam Gut, wir hoffen, dass wir im Verlauf der Sendung mehr über diese Regeln erfahren können...

Grigorji Perelman stellt den Stuhl rechts außen weiter nach rechts und nimmt darauf Platz.

Miriam Genau, da können Sie sich hinsetzen..

Miriam Wir dürfen auf die Diskussion gespannt sein! Wir wollen zunächst klären, warum diese vier Persönlichkeiten in der mathematischen Welt so angesehen sind und auch über ihr mathematisches Schaffen sprechen.

Teil II: Wissenschaftliche Ergebnisse

Miriam Ladies first, Sophia, erzähl uns doch mal von deiner Studentenzzeit.

Sofia K. Das war alles nicht so einfach wie ich dachte, da ich als Frau mir die Zulassung zur Universität jedes Mal erkämpfen musste und selbst mit einer Zulassung musste

ich jeden Dozenten einzeln fragen, ob ich an seiner Vorlesung teilnehmen durfte. Angefangen habe ich in Heidelberg bei Herrn Königsberger. Auf sein Anraten bin ich dann nach Berlin gegangen, um bei Karl Weierstraß zu studieren. Obwohl ich von Herrn Königsberger ein Empfehlungsschreiben hatte, war Herr Weierstraß noch nicht von meinem Können überzeugt und stellte mir eine Aufgabe, die ich lösen sollte. Als ich diese ihm jedoch nach einer Woche vorlegte, hatte ich ihn überzeugt und er setzte sich für mich ein, so dass ich an der Uni studieren durfte. Es misslang ihm zwar, immerhin hat er durchgesetzt, dass ich die Bibliothek benutzen durfte. Da ich offiziell nicht an seinen Vorlesungen teilnehmen durfte, gab er mir Privatunterricht. Freitags war ich bei ihm und Sonntags kam er zu mir.

Miriam Aber ohne an einer Uni eingeschrieben zu sein, konntest du doch auch nicht promovieren. Wie hast du das geschafft?

Sofia K. Richtig, in Berlin konnte ich nicht promovieren. Mein Doktorvater hat eine Universität ausgesucht, die weniger frauenfeindlich eingestellt war, und hat seine Kontakte spielen lassen, damit ich in Göttingen zugelassen wurde.

Miriam Ich habe gehört, dass du drei Arbeiten verfasst hast, von der eigentlich jede zum Titel gereicht hätte. Könntest du etwas zu deiner offiziellen Dissertation: "Zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen" sagen?

Sofia K. Ja, mit der Arbeit wollte ich eigentlich die Vermutung von Weierstraß beweisen, dass „eine Potenzreihe, die man aus einer partiellen Differentialgleichung, in der nur analytische Funktionen auftreten, formal erhält, stets notwendig konvergiert und dies unabhängig von der Wahl der Anfangsbedingungen“ [TH93, S.60], doch ich habe ein Gegenbeispiel gefunden.

Miriam Kommt in dieser Arbeit nicht auch das Cauchy-Kowalewskaja Theorem vor?

Sofia K. Richtig, ein Existenz- und Eindeutigkeitssatz für Systeme partieller Differentialgleichungen. Dieses Theorem liefert Bedingungen, wann man formal integrieren darf und zeigt gleichzeitig, wann eine Differentialgleichung analytische Lösungen besitzt.

Miriam Kannst du noch zu den anderen beiden Arbeiten jeweils noch zwei Sätze sagen? Auch diese hast du ja veröffentlicht, wenn auch zu späteren Zeitpunkten.

Sofia K. In der zweiten Arbeit habe ich Kriterien angegeben, um Abelsche Integrale 3. Grades auf einfachere elliptische Integrale zu reduzieren. Hier hatte Weierstraß für allgemeine Fälle schon viel geforscht, so dass es mir nicht schwer fiel, daran zu arbeiten.

Miriam Aber die dritte Arbeit „Zusätze und Bemerkungen zu Laplaces Untersuchungen über die Gestalt des Saturnrings“ hatte nichts mit der Forschung von Weierstraß zu tun.

Sofia K. Ja, dieses Thema habe ich mir selbst gestellt. Darin habe ich die Approximation von Laplace zur Berechnung von Struktur und Form der Saturnringe verbessert.

Miriam Jetzt zu deinem, ich möchte sagen größten mathematischen Werk „Mémoire sur un cas particulier du problème de la rotation d'un corps pesant autour d'un point fixe, où l'intégration s'effectue à l'aide de fonctions ultraelliptiques du temps“, welches 1888 mit dem Bordin Preis ausgezeichnet wurde. Du hast dich dabei einem Problem der theoretischen Physik gewidmet, welches schon von führenden Mathematikern ohne großen Erfolg bearbeitet wurde.

Sofia K. Ein altes Problem aus der theoretischen Physik über die Bewegung starrer Körper. Ich habe für Kreisel die Differentialgleichungen, die deren Rotationsverhalten in einem Gravitationsfeld bestimmen, explizit gelöst. Gleichzeitig habe ich gezeigt, dass es keinen weiteren exakt lösbaren Kreiseltyp gibt außer den drei bekannten: Lagrange-, Euler- und mein Kreisel.

Miriam Es war eine so bemerkenswerte Arbeit, dass das Preiskomitee die Siegesprämie von 3000 auf 5000 Franc erhöht hat, wirklich beachtlich!

Sofia K. Ich sage dazu nur das Motto, unter das ich meine Arbeit gestellt habe: Sag, was du weißt, tu, was du musst, geschehe, was geschehen soll.

Miriam Und was geschah danach?

Sofia K. Man könnte meinen, ich sei zu diesem Zeitpunkt die glücklichste Frau der Welt gewesen. Dem war aber nicht so. Ich habe mich selten so unglücklich gefühlt wie zu diesem Zeitpunkt. Es war anstrengend, diese Arbeit zu verfassen. Ich brauchte danach erstmal Abstand von der Mathematik und habe Urlaub gemacht und mich meiner zweiten Leidenschaft, der Literatur gewidmet und meine Kindheitserinnerungen verfasst.

Miriam Aber danach hast du wieder in Stockholm an der Universität gelehrt?

Sofia K. Ja, ab 1884 hatte ich eine befristete Stelle. Ich wollte deshalb gerne nach Frankreich an eine Universität. Mir wurde aber schnell klar, dass ich keine Anstellung bekommen würde, selbst an einer Höheren Töchterschule wollte man mich nicht einstellen. Sie haben meinen Dokortitel nicht anerkannt. Herr Mittag Leffer und Weierstraß haben von meinen Bemühungen Wind bekommen und haben mich überzeugt, dass ich durch eine erneute Promotion in Frankreich die Göttinger Universität und auch die Stockholmer Hochschule beleidigen würde. Mittag Leffer hatte inzwischen durchsetzen können, dass meine Stelle in Stockholm als ordentliche Professur ausgeschrieben wurde. Ich habe mich also um diese Stelle beworben und habe sie auch bekommen.

Miriam Damit waren sie weltweit die erst Mathematikerin mit Professorenrang! Heute ist es aber nicht mehr so schwierig für eine Frau eine Professur zu bekommen. Ich glaube, dass es sicherlich noch Leute gibt, die Vorurteilen über Frauen in der Wissenschaft haben. Aber das Ganze ist nicht mehr so radikalisiert wie damals. Was denken Sie, Herr Grothendieck, zum Thema?

A. Grothendieck Ich mag Frauen genauso wie die Mathematik, insbesondere alle Bereiche der Mathematik, in denen Frauen Professorenstellen innehaben, meine liebe Frau Kowaleskaya.

Miriam Und in welchem Bereich der Mathematik haben Sie gearbeitet?

A. Grothendieck In meiner Dissertation mit dem Titel „Tensorprodukte und nukleare Räume“ habe ich mich vor allem mit Funktionalanalysis beschäftigt. Später habe ich mich der algebraischen Geometrie zugewandt. Oft wird als mein eindrucksvollster Erfolg die Formulierung des Theorem von Riemann-Roch genannt. Es lohnt sich nicht, dass ich es hier im Detail erkläre, aber für die, die sich auskennen - es handelt von einer Gleichung auf einer kompakten Riemannschen Fläche X vom Geschlecht $g \in \mathbb{N}_0$ und einem Divisor D auf X [Wik12b].

Miriam Das klingt interessant, aber warum ist dieses Theorem denn so fundamental?

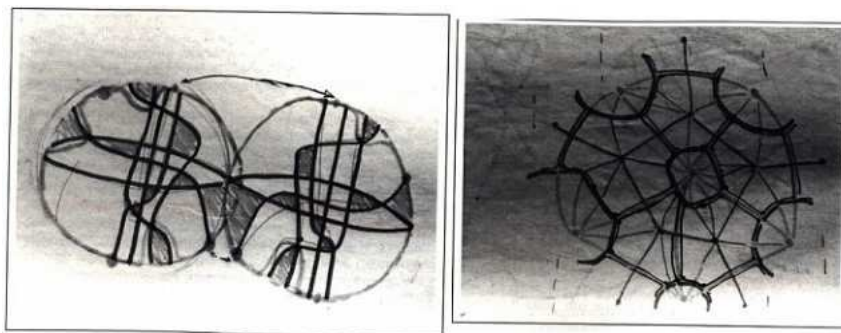


Abbildung 2: Mathematische Skizzen

A. Grothendieck Man sagt, ich hätte die algebraische Geometrie auf ein neues Level gestellt. Ich würde eher behaupten, ich hätte versucht, die algebraische Geometrie von Grund auf neu zu formulieren, z.B. in meinen Büchern „Éléments de géométrie algébrique“ und „Séminaire de géométrie algébrique“. Mein späteres Ziel war es, eine abstrakte topologische Homologietheorie in der algebraischen Geometrie zu formulieren, dass ihre Ergebnisse gleichzeitig sowohl über Körpern wie den komplexen und reellen Zahlen, als auch über endlichen und p -adischen Körpern gelten [Wik12a].

Miriam Vielen Dank für diesen Einblick in Ihr Schaffen. Wir haben noch einen weiteren kleinen Bildbeitrag vorbereitet. Herr Grothendieck, erinnern Sie sich, wo und wann das war?

A. Grothendieck Das muss aus dem Kolloquiumsbuch in Bielefeld stammen. Ich denke, es war im Jahr 1971. Ich hielt dort einen Vortrag und meine Notiz in diesem Vortragsbuch war: „Riemann-Roch’scher Satz: der letzte Schrei: das Diagramm ist kommutatif! Um dieser Aussage über $f : X \rightarrow Y$ einen approximativen Sinn zu

geben, musste ich nahezu zwei Stunden lang die Geduld der Zuhörer missbrauchen. Schwarz auf weiss (in Springer's Lecture Notes) nimmt's wohl an die 400, 500 Seiten. Ein packendes Beispiel dafür, wie unser Wissens- und Entdeckungsdrang sich immer mehr in einem lebensentrückten logischen Delirium auslebt, während das Leben selbst auf tausendfache Art zum Teufel geht - und mit endgültiger Vernichtung bedroht ist. Höchste Zeit, unseren Kurs zu ändern!" ([Sch10], Seite 57)

Miriam Sie sagen, dass Sie die Geduld der Zuhörer missbrauchen mussten. Aber ich glaube, dass Sie selber sehr geduldig sein musste, um das Beispiel zu formulieren.

A. Grothendieck Ja, aber ich habe es gerne gemacht.

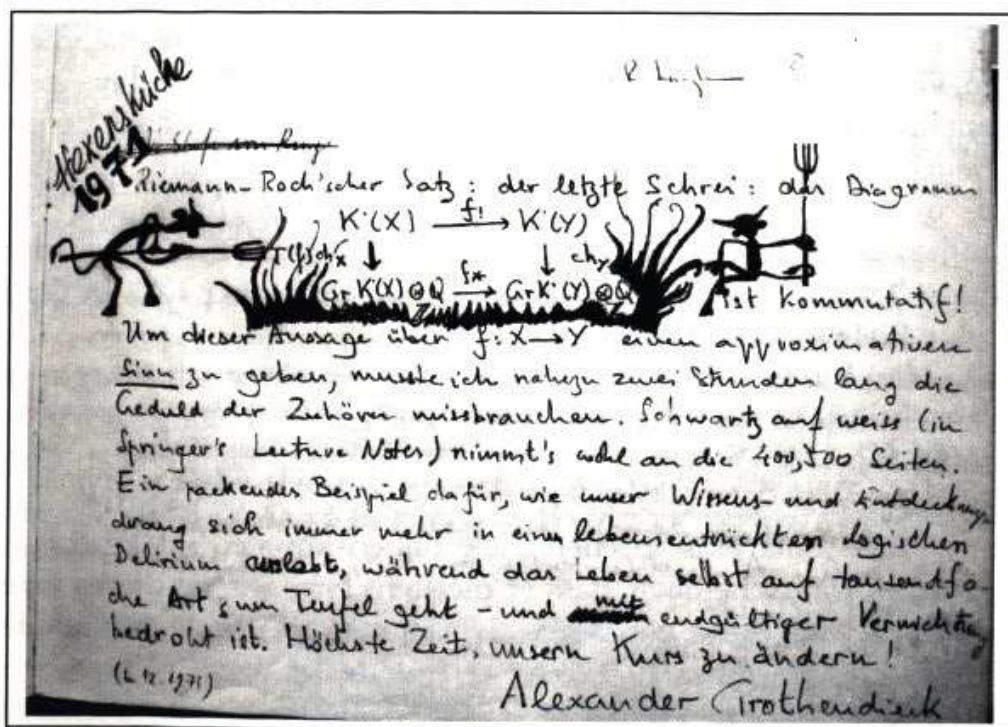


Abbildung 3: „Hexensküche 1971“

Miriam Donald, ich glaube, dass du dich auch sehr gut mit Geduld auskennst. Wie kam es dazu, dass du angefangen hast, Bücher zu schreiben?

Donald K. Als ich noch Student war, wurde ich gefragt, ob ich nicht ein Buch über Compiler schreiben würde. Ich war damals sehr geehrt, und machte mich ans Werk, den Inhalt zu sammeln. Drei Jahre, nachdem ich meinen PhD gemacht hatte, legte ich dem Verlag die schon angedeuteten handschriftlichen 3000 Seiten vor. Ich hatte

gedacht, dass das in Buchform so ungefähr 700 Seiten ergeben würde. Allerdings erfuhr ich, dass es 2000 Seiten ergeben würde. Also fasste ich den Plan, das Werk auf mehrere Bücher aufzuteilen. Aktuell sind die Inhalte in 7 Teile eingeteilt, wobei der vierte Teil, an dem ich gerade schreibe, nochmals in mindestens 3 unterteilt ist. 4a ist letztes Jahr erschienen; bis 2020 möchte ich mit den übrigen Bänden bis einschließlich 5 fertig sein. Nachdem Band 5 fertig ist, werde ich die Bände 1 bis 3 nochmal überarbeiten, um sie auf den neuesten Stand zu bringen. Schließlich, so Gott will, werde ich mich noch an die Bände 6 und 7 setzen, allerdings nur, wenn die Themen dann immer noch relevant und noch nicht von jemandem anderen publiziert wurden [Knu12].

Miriam Das ist aber wirklich ein ehrgeiziges Projekt!

Donald K. Da hast du Recht, wobei ich damit doch schon vor über 40 Jahren angefangen habe. Wenn ich damals gewusst hätte, was da auf mich zukommt, hätte ich sicherlich niemals angefangen.

Miriam Aber du hast doch nicht ununterbrochen daran gearbeitet, oder?

Donald K. Nein, im Grunde habe ich aber eine größere Pause von knapp 10 Jahren gemacht. Diese Pause war leider nicht ganz beabsichtigt, aber notwendig.

Miriam Was meinst du mit notwendig?

Donald K. Nachdem ich den dritten Band fertig gestellt hatte und bereits am vierten Band arbeitete, fragte mich mein Verlag, ob wir nicht eine zweite Edition des zweiten Buches machen wollten. Und da ich bereits jede Menge Änderungen für diesen Band hatte, schrieb ich ihn nochmal fast zur Hälfte um. Nachdem sie das gedruckt hatten, bekam ich ein Probeexemplar zur Ansicht. Es sah *unglaublich schlecht* aus. Damals fand gerade ein Technologiewechsel im Druckwesen statt. Die erste Edition war mit Monotype gesetzt worden. Bei diesem Verfahren war noch jede Menge Handarbeit notwendig, allerdings starben die Leute aus, welche sich damit auskannten. Vom Druck für Zeitungen hatte sich ein neues Verfahren durchgesetzt: Der Fotosatz. Allerdings waren bei diesem Setzverfahren die Buchstaben unterschiedlich dunkel, teilweise etwas verschoben oder in der Größe verändert. Ich war schockiert.

Miriam Nur, weil der Druck etwas uneinheitlich war?

Donald K. Du musst bedenken, dass ich wirklich viel Zeit in meine Bücher gesteckt hatte, um den Inhalt ansprechend zu präsentieren. Allerdings wurde der Inhalt durch das Layout nun dermaßen entstellt, dass ich meine Werke auf keinen Fall in dieser Art und Weise unter meinem Namen publizieren wollte. Leider gab es jedoch niemanden mehr, der es mir auf herkömmliche Art hätte setzen können. Durch Zufall bekam ich ein Buch in die Finger, welches komplett digital gedruckt worden war und wirklich gut aussah. Ich beschloss mein anstehendes Forschungssemester darauf zu verwenden, ein System zu schreiben, um insbesondere mathematischen Text ansprechend zu setzen und damit meine Bücher drucken zu lassen.

Aber so, dass meine Bücher einen weiteren Technologiewechsel im Druckwesen unbeschadet überleben würden. Ich begann damit, Metafont zu entwickeln. Das ist eine Sprache, in der die Geometrie der Buchstaben durch mathematische Formeln beschrieben wird. Da ich das Rad nicht neu erfinden wollte, arbeitete ich mich in sämtliche Literatur ein, die zu Satztechniken vorhanden war. Nachdem ich jeden Buchstaben mit dem PC beschreiben konnte, setzte ich mich daran, ein geeignetes Satzprogramm zu schreiben.

Miriam Und so entstand T_EX?

Donald K. Ganz genau. Ursprünglich hatte ich eigentlich nicht gedacht, dass es irgendjemand anderes auch nutzen wollte. Aber, wie das an Universitäten halt so ist, irgendwer erzählte irgendwem davon, dass ich an etwas derartigem arbeiten würde, und so machte die Information die Runde. Innerhalb der nächsten 10 Jahre stellte ich T_EX soweit fertig, dass nur noch Fehler ausgemerzt werden mussten – und das obwohl es eigentlich nach dem ersten Jahr schon fast fertig war. Ich verfolgte damals schon die Philosophie, dass man nur das Notwendigste hinzufügen solle, und diese Strategie fahre ich auch weiterhin. Aktuell befindet sich T_EX in der Version 3.1415926, und ich habe verfügt, dass es nach meinem Tode unverändert bleibt und die Versionsnummer II bekommt, Metafont steht aktuell bei 2.718281 und wird damit als *e* festgesetzt werden [Knu90]. Mittlerweile gibt es vermutlich nicht mehr viele Fehler in diesen Programmen.

Miriam Wie kommst du darauf? Hoffst nicht jeder, dass seine Programme fehlerfrei sind?

Donald K. Damit hast du zwar Recht, aber ich vermute es deswegen, weil ich jeden ersten Finder eines Fehlers entlohne. Für jeden Fehler in einem meiner Bücher bezahle ich einen hexadezimalen Dollar, also \$2.56,



Abbildung 4: Scheck über einen hexadezimalen Dollar

bei Fehlern in T_EX und Metafont mittlerweile \$327.68. Glücklicherweise habe ich da mit nur \$1.28 angefangen, und die Summe jedes Jahr verdoppelt [Com11], bis es diese Größe erreicht hat, sonst wäre ich nun vermutlich arm.

Miriam Hast du viele solche Schecks ausgestellt?

Donald K. Ja. Der gesamte Wert der ausgestellten Schecks übersteigt \$20.000, aber nur sehr wenige Leute haben diese Schecks auch wirklich eingelöst.

Miriam Da hast du Glück gehabt!

Donald K. Na ja. Die Qualität der Bücher und Programme ist drastisch gesteigert. Und das ist mir das Wichtigste.

Miriam Vielen Dank für diese Einblicke. Kommen wir zu den wichtigsten mathematischen Etappen im Leben von Herrn Perelman. Sie sind bekanntlich sehr früh mit dem Lösen mathematischer Probleme in Kontakt gekommen und haben seit jeher eine ebenso perfektionistische Ader entwickelt.

G. Perelman In meiner Jugend bin ich zu Mathe-Clubs gegangen, wo wir jede Sitzung mathematische Probleme bekamen. Das war ein Art Trainingslager sowohl für die sowjetischen als auch für die internationalen Mathematik Wettbewerbe.

Miriam Wie haben Sie in den Wettbewerben abgeschnitten?

G. Perelman Es gab einen Fall, bei dem ich Zweiter geworden bin. An diesem Tag habe ich mir geschworen, nie wieder Zweiter zu werden. 1982 war ich im sowjetischen Team für die Mathematikolympiade, die in Bulgarien stattgefunden hat. Dort habe ich übrigens den ehemals Tübinger Mathematikprofessor Bernhard Leeb kennen gelernt. In diesem Jahr habe ich 42/42 Punkten geholt [Oly].

Miriam Nach Ihrem Studium in St. Petersburg und Promotion bei Alexandrov haben Sie einen Forschungsaufenthalt in Paris und New York gehabt. Dort haben Sie 1994 eine lange ausstehende Vermutung bewiesen und das auf nur 4 Seiten wo andere Mathematiker sich die Zähne ausgebissen haben.

G. Perelman Ja, die sogenannte Seelenvermutung von Cheeger und Gromov [Wikb]. Da Sie ja nichts von meiner Arbeit verstehen, ist es unnötig, dies hier noch näher zu erläutern.

Miriam Danach haben Sie Angebote von Princeton und Stanford bekommen. Warum haben Sie die nicht angenommen?

G. Perelman Ich hatte nicht den Eindruck, dass die Wissenschaftler dort Interesse an meiner Arbeit hatten. Meine Vorträge waren so gut wie nicht besucht.

Miriam Nach dieser Arbeit haben Sie sich zurückgezogen und sich mit dem Ricci-Fluss beschäftigt. 2002 haben Sie schließlich angefangen, diverse Artikel auf dem ArXiv zu veröffentlichen [Per]. Sie haben Emails an ihre Kollegen versandt und auf Ihre Arbeit aufmerksam gemacht. Sehr schnell kursierte das Gerücht, dass sie eines der Millenniumsprobleme des Clay-Instituts gelöst hätten und zwar die sogenannte Poincaré-Vermutung. Die Lösung dieser Probleme ist mit einer Million Dollar dotiert. Können Sie uns etwas darüber sagen? [Ges09]

G. Perelman Nein.

Miriam Warum nicht?

G. Perelman In meinen Arbeiten steht alles, was ich zu sagen haben. Wenn es Sie interessiert, lesen Sie es da nach.

Miriam Wenn ich es richtig verstehe, dann haben Sie nicht direkt die Poincaré Vermutung gelöst, sondern die Geometrisierungsvermutung von Thurston [Wika] aus den 70er Jahren, die die Poincaré–Vermutung impliziert. D.h. Sie haben eigentlich ein viel allgemeineres Theorem bewiesen.

G. Perelman Das ist richtig. Mich interessierte die Poincaré–Vermutung nicht.

Miriam Was ist ihr nächstes Projekt? Welche ungelöste Probleme wollen Sie als nächstes angreifen?

G. Perelman Ich habe mich, wie schon gesagt, von der Mathematik zurück gezogen [Ges09].

Teil III: Emotionen

Miriam Herr Perelman, 2006 hat man Sie für die Fields Medaille ausgewählt, wegen Ihrer Arbeit zur Geometrisierungsvermutung, und Sie waren der Erste in der Geschichte, der den Preis abgelehnt hat. Wir würden gerne die Gründe für ihr Verhalten besser verstehen.

G. Perelman Ich bin an Ruhm und Geld nicht interessiert. Ich will nicht wie ein Tier im Zoo vorgezeigt werden. Ich bin kein Held der Mathematik, und ich war nicht einmal erfolgreich [New]. Es ging mir nur um den Ricci–Fluss!

Miriam Wieso denken Sie, dass Sie nicht erfolgreich waren?

G. Perelman Die große Vorarbeit hat Richard Hamilton geleistet, der nicht genug geehrt wird. Es war sein Programm, welches ich durchgeführt habe.

Miriam Herr Grothendieck, Sie sind auch Fields-Medaillen Preisträger.

A. Grothendieck Ja, auch ich habe wie Herr Perelman, eine Fields-Medaille verliehen bekommen, das war im Jahr 1966.

Miriam Und was ist da genau passiert?

A. Grothendieck Aus politischen Gründen, bzw. um etwas präziser zu sein, wegen der Verfolgung russischer Schriftsteller bin ich damals nicht nach Moskau gefahren.

Miriam Sie haben auch noch einen weiteren Preis erhalten. Erzählen Sie uns davon.

A. Grothendieck Mit diesem Crafoord-Preis 1988 war das ähnlich. Dieser Preis kann noch so prestigeträchtig sein, die Mathematik, die ich kannte, hat sich verändert, die ethischen Standards sind verfallen. „Ich habe diese Welt 1970 verlassen, [...] Nun ist während der vergangenen zwei Jahrzehnte die Ethik der wissenschaftlichen Arbeit (wenigstens unter den Mathematikern) in einem solchen Maße abgesunken, dass nichts als schlichte Plünderung zwischen Kollegen (und vor allem auf Kos-

ten derjenigen, die nicht in der Lage sind, sich verteidigen zu können) schon fast die allgemeine Regel geworden ist [...]. Unter diesen Bedingungen beim Spiel von "Preisen" und "Belohnungen" mitzumachen, würde bedeuten, einem Geist und einer Entwicklung meine Unterstützung zu geben, die ich als [absolut] krankhaft erkannt habe und die im übrigen dazu bestimmt sind, binnen kurzer Frist zu verschwinden [...].“ ([Sch10], Seite 235) Ich mache keinen Hehl daraus, was ich über die wissenschaftliche Gemeinschaft und die heutige Forschung denke. Dies kann gefunden werden in langen Meditationen in „Récoltes et Semailles“.

Außerdem ist mein Gehalt und meine baldige Pension ausreichend für mich und meine Nachfahren, sodass ich finanziell auf diesen Preis nicht angewiesen war.

Miriam Aber ist es nicht ein wenig unhöflich, einen solch angesehenen Preis abzulehnen, vor allem wenn man ihn für sein Lebenswerk erhält?

A. Grothendieck Oh mon dieu! Ich habe mich für die Unannehmlichkeiten, die ich der Royal Academy of Sciences von Sweden bereitet habe, entschuldigt. Jedoch hat diese der Öffentlichkeit von den Preisträgern berichtet, bevor man den Preis überhaupt akzeptiert hat. Ich sehe dies nicht als mein Verschulden an!

Miriam Warum haben wir unter uns eigentlich keinen Nobelpreisträger, Sofia möchtest du dich dazu äußern?

Sofia K. Achja, ich weiß schon, du spielst auf mich und Herrn Nobel an. Diese Geschichte musste ja kommen, aber wenn du es unbedingt hören willst: Ja, ich bin schuld, meinerwegen gibt es keinen Nobelpreis für Mathematik.

Miriam Kannst du vielleicht etwas mehr dazu sagen, was war mit Herrn Nobel?

Sofia K. Dazu muss man wissen, das es zu meinen Aufgaben gehörte, für die Hochschule in Stockholm Mäzene zu werben. Bei einer Veranstaltung habe ich dann Herrn Nobel kennengelernt. Es stimmt, dass er sich sehr für mich interessiert hat und es auch öffentlich gezeigt hat, aber eine Affäre hatte ich nie mit ihm.

Miriam Da habe ich aber etwas anderes gehört!

Sofia K. Das kannst du mir jetzt glauben oder nicht, aber ich fand ihn einfach nicht anziehend. Allein der Altersunterschied, er ist 20 Jahre älter! Und, hier kann ich das ja sagen, er ist ein typischer Schwede, steif, wohlhabend und gesetzt. Ich habe mich nicht auf ihn eingelassen, und da wir nie zusammen waren, kann ich ihn auch nicht verlassen haben. Daher kann daraus auch kein Groll gegen die Mathematik entstanden sein. Vgl[Tol95, S.152]

Miriam Du hast ihn also nicht wegen dem Mathematiker Mittag Leffer verlassen?

Sofia K. Ich sagte ja schon, ich hatte keine Affäre mit Herrn Nobel und auch Herr Mittag Leffer ist nur ein Freund! Langsam müsstest auch du erkennen, dass diese Geschichte unlogisch ist. Ich soll jemanden, mit dem ich nie zusammen war, verlassen haben für jemanden mit dem ich ebenfalls nie zusammen war.

Es könnte sein, dass Herr Nobel von meiner nicht erwiderten Liebe enttäuscht

war, und es daher keinen Nobelpreis für Mathematik gibt. Wenn das stimmt, tut es mir für die Mathematiker und Mathematikerinnen sehr leid, aber für meine Gefühle kann ich nichts. Ich persönlich denke jedoch eher, dass für Herrn Nobel die Mathematik zu abstrakt ist und er ihren Nutzen für die Menschheit einfach nicht erkannte. Er ist ja nur ein Chemiker.

Miriam Ich merke, da kommen wir jetzt nicht weiter. Aber deine Beziehungen sind nicht immer ganz offensichtlich. Oder würdest du deine Beziehung zu Herrn Weierstraß als eine normale Lehrer-Schüler-Beziehung bezeichnen?

Sofia K. Nunja!

Miriam Ich habe hier einen Brief von ihm aus dem Jahre 1873, der an dich gerichtet ist. Lass mich den Schluss zitieren: „Indem ich Dir, liebes Herz, für diesmal Lebewohl sage, brauche ich wohl nicht ausdrücklich hinzuzufügen, dass ich, wo Du sein mögest, stets mit dem Gefühl herzlichster Zuneigung an Dich denken werde. Dein treuer Freund Karl Weierstraß.“ [Böl93, Brief 22 S.84]

Sofia K. Ein treuer Freund, wie er schon schreibt. Es ist wohl wirklich eine engere Beziehung zwischen uns, als dies normalerweise zwischen Lehrer und Schüler der Fall ist. Er ist für mich ein sehr, wirklich sehr guter Freund, und ich habe ihm sehr viel zu verdanken. In meiner ganzen Karriere hat er mich immer unterstützt und motiviert. Auch habe ich viel von ihm gelernt, in meinen Arbeiten kann man auch seine Handschrift wiedererkennen. Er ist wie ein Vater zu mir, mein Doktorvater eben.

Miriam Aha, ein Vater also... und wie würdest du deine Ehe beschreiben?

Sofia K. Am Anfang war es eine reine Zweckehe. Mein Mann hat mich nur aus politischen Gründen geheiratet. Ich wollte unbedingt studieren, und da dies in Russland für Frauen nicht möglich ist, musste ich ins Ausland. Da ich aber als Frau keinen eigenen Pass besitze, konnte ich nicht alleine ins Ausland ziehen, und so blieb mir als einzige Lösung die Heirat. Mein Mann kannte die Probleme der russischen Frauen und wollte helfen, und so fanden wir uns. Wir haben geheiratet und zogen ins Ausland und lebten wie in einer WG. Dies änderte sich jedoch nach meiner Promotion. Wir wollten beide zurück nach Russland, um dort unsere wissenschaftlichen Karrieren fortzusetzen. Dies war erneut nicht so einfach für mich, da man ohne Examen nicht an einem Gymnasium bzw. an einer Uni lehren durfte, und ich als Frau zum Examen nicht zugelassen wurde. Stattdessen bot man mir an, in den unteren Klassen einer Mädchenschule zu unterrichten. „Unglücklicherweise bin ich nicht besonders gut im kleinen Einmaleins“ [Tol95, S.90], daher lehnte ich dieses Angebot ab. Durch diese Rückschläge und auch der Tod meines Vaters kehrte ich der Mathematik den Rücken und fing an zu leben.

Miriam Was meinst du damit, du hast angefangen zu leben?

Sofia K. Ich fügte mich in meine, von der Gesellschaft gewollten Rolle. Ich wurde eine vorbildliche Ehefrau, unterstützte meinen Mann in allem was er tat. Das Denken

hab ich ihm überlassen. Ich besuchte die Oper, hörte mir Dichterlesungen an und wurde 1878 Mutter.

Miriam Das neue Familienglück war jedoch nur von kurzer Dauer. Kurz nach der Geburt deiner Tochter starb deine Mutter und finanziell standet ihr durch riskante Immobilienspekulationen am Abgrund.

Sofia K. Ja, das stimmt. Das war jedoch ein Anreiz für mich, die Sachen wieder selbst in die Hand zu nehmen. Mein Mann war mit der Situation völlig überfordert, und ich hatte schon während der Schwangerschaft mit dem Gedanken gespielt, mit der Mathematik wieder anzufangen. Außerdem war meine Tochter Fufa für mich eine riesige Motivation. Wenn ich es schaffen würde, mich als Frau in der Wissenschaft durchzusetzen, dann würde meine Tochter und alle Generationen von Frauen nach mir davon profitieren. Ich hielt einen Vortrag über Abelsche Integrale, meine sechs Jahre zuvor geschriebene dritte Dissertation, deren Ergebnisse jedoch immer noch nicht veraltet waren. Ich hatte mich als ernstzunehmende Wissenschaftlerin zurückgemeldet. Jedoch sahen dies nur meine Kollegen, die Bürokraten verhinderten weiter meine Anstellung an einer Universität.

Miriam Das klingt nach einem wahren Kampf gegen die Bürokratie. Herr Grothendieck, es wurden zu Beginn Ihre 3 Passionen vorgestellt; in welcher Art und Weise haben Sie diese in Ihrem Leben erfahren?

A. Grothendieck Es haben 3 große Leidenschaften mein Leben bestimmt, nämlich die Mathematik, die Frauenwelt und die Meditation. Ich habe diese Leidenschaften als Antriebkräfte gesehen und habe sie „nicht als einen Konflikt erlebt“. ([Sch10], Seite 21) Für mich ist diese Kombination der Passionen nicht überraschend, für mich ist faire les maths comme faire l’amour¹, „sexual pleasure, orgasm - only lasting longer [...] and [to] some extent that [...] is correct“[Vil11]. Mathematik habe ich immer betrieben, wenn es mir emotional schlecht ging. Vor kurzem ging „die Lebenskurve mal wieder durch ein „relatives Minimum“- ein charakteristisches Zeichen dafür ist, dass ich mich recht eingehend mit Mathematik beschäftige [...] und entsprechend lebensstumpf bin.“([Sch10], Seite 122)

Miriam Wie man hört, haben Sie ab 1972 in einer Art Kommune gelebt. Was kann man sich darunter vorstellen? Und kam es dort erst zu Ihren Meditationen?

A. Grothendieck Ich habe in dieser Zeit der mathematischen Welt in Paris den Rücken gekehrt. Ich hatte „es [aber] auch nicht eilig, die eingetretene Leere unbedingt mit einer erneuten „Lebensaufgabe“ aufzufüllen. Zwei Monate etwa habe ich recht intensiv mathematisiert, in Ermangelung eines Besseren [...].“([Sch10], Seite 103) „Sogar ein Frauenzimmer [...] [hat] mich kaum noch aus der Kaminecke heraus [gelockt].“([Sch10], Seite 118)

Danach habe ich mich weniger mit der Mathematik beschäftigt, vor allem weil „es Dinge gibt auf dieser Welt, die unendlich wichtiger und kostbarer sind als

¹„Faire l’amour est comme faire les maths.“- ([Sch10], Seite 21)

anspruchsvolles Wissen über Eigenschaften von Modulfunktionen - wie zum Beispiel der Respekt vor dem Leben und gewiss die Fortsetzung des Lebens selbst“.² Vor allem habe ich mich mit Ökologie, Philosophie und dem Thema, woher die Kreativität im menschlichen Wesen kommt, beschäftigt. Das habe ich in meinen Meditationen niedergeschrieben: „das schriftlich niedergelegte Ergebnis eines langen gedanklichen Prozesses, eines Nachdenkens über mich selbst und [m]einen Platz in dieser Welt“. ([Sch10], Seite 157)

Donald K. Das kann ich nicht nachvollziehen. Ich habe damals 1961 meine Jill geheiratet und war immer glücklich mit ihr. Wir haben mit John und Jennifer zwei wunderbare Kinder, und ich habe es nie bereut, mich damals für eine Familie entschieden zu haben.

Miriam Herr Perelman, wie sind ihre soziale Kontakte?

G. Perelman Der wichtigste Mensch in meinem Leben ist meine Mutter. Sie unterstützte mich in jeder Lebenslage, und das mache ich jetzt auch für Sie. Mit anderen Menschen verstehe ich mich nur, wenn sie die Regeln befolgen. Wenn jemand die Regeln befolgt, bin ich sehr loyal zu ihm.

Miriam Von was für Regeln sprechen Sie?

G. Perelman Regeln, die ich im Laufe meines Lebens durch meine Erfahrung aufgestellt habe. Früher hat meine Mutter mir stets gesagt, auf was ich achten soll. Später habe ich selbst gemerkt, was für Regeln in unserer Gesellschaft wichtig sind. ZB ist es das allerwichtigste, immer die volle Wahrheit zu sagen!

Miriam Das ging soweit, dass Sie einen Streit am mathematischen Institut von St. Petersburg hatten, weil jemand Ihrer Meinung nach in seinen Arbeiten falsch zitiert hat. Es heißt, dass Ihre Wut im ganzen Institut zu hören war [Ges09].

G. Perelman Regeln sind Regeln!

Donald K. Ich kann es sehr gut verstehen, dass man nicht immer viel Kontakt zu anderen Leuten sucht. Ab und an braucht der kreative Geist einfach Zeit und vor allem Ruhe, um sich in ein schwieriges Problem einzuarbeiten. Ich selbst habe diese Zeit auch gebraucht, als ich $\text{T}_\text{E}\text{X}$ entwickelt habe. Aber sich das ganze Leben von anderen abschotten? Ich finde, das geht deutlich zu weit. Vielleicht mag das in bestimmten Bereichen der Mathematik funktionieren, aber ich als Informatiker, aber auch als Mathematiker bin froh, dass es nicht alle unsere Kollegen so halten wie Sie. Bei vielen Problemen habe ich es als sehr vorteilhaft empfunden, dass sie sowohl Mathematik als auch Informatik treffen, und man sie so aus beiden Bereichen angreifen kann. Allerdings ist die Fachliteratur so umfangreich geworden, dass man da als Einzelperson schon aufgeschmissen ist und die Gesamtheit eigentlich nicht mehr überschauen kann. Im Laufe meines Lebens habe ich mir genug

² „As there are things infinitely more important and precious on earth than sophisticated knowledge of properties of modular functions - such as the respect of life, and indeed the continuation of life itself“ - ([Sch10], Seite 79)

Freunde gemacht, die ich fragen kann, ob ein bestimmtes Konzept der Informatik auch in der Mathematik existiert. Schließlich will ich das Rad ja nicht immer wieder neu erfinden. Ich glaube insbesondere für diese Art der Hilfe gibt es keine Alternative zu regem Umgang mit anderen Wissenschaftlern. In Stanford brauch ich dazu nur den Gang entlanglaufen . . . [Knu11a, Minute 27]

Sofia K. Klar, man braucht Kontakte, aber man muss das auch immer abwägen. Zu viele sind auch nicht gut. Wenn ich wissenschaftlich arbeite, sieht man mich kaum. Ich halte zu ein, zwei Fachkollegen, die sich mit meinem Problem befassen, Kontakt, das reicht. Um jedoch an Stellen zu kommen, brauchte ich besonders als Frau immer Fürsprecher. Ohne die wäre ich nie soweit gekommen.

Miriam Und wie sieht es bei Ihnen aus, Herr Grothendieck?

A. Grothendieck Ich habe inzwischen sehr wenige Kontakte. Dies war natürlich in der Vergangenheit ganz anders. Ich bin heutzutage vor allem sehr enttäuscht von meinen damaligen Doktoranden, mit denen ich am IHÉS in Paris gearbeitet habe. Ich habe stets versucht, eine schöne Theorie aufzubauen, um Probleme der Mathematik zu lösen. Diese Methoden wurde aber oftmals nicht von meinen Doktoranden angenommen und Probleme, wie zum Beispiel die Weyl Vermutungen, die 1974 von Pierre Deligne bewiesen wurden, wurden auf eine Art bewältigt, die in meinem Verständnis nicht schön ist. Sie haben mein Werk verraten, indem sie es nicht weitergeführt haben und ich habe kaum noch Kontakt zu ihnen. Auch zu alten Freunden und Kollegen, wie Serre und Schwartz, habe ich keinen Kontakt mehr. Ich habe mich mit der Zeit zu einem "chercheur isolé" ([Sch10], Seite 137) entwickelt und bin zu einem Aussteiger geworden.

Miriam Sie haben das Thema der Enttäuschung angesprochen - war dieses Enttäuscht-Sein von den Doktoranden die einzige solche Situation?

A. Grothendieck Ich musste viele Enttäuschungen in meinem Leben erfahren. Besonders niederschmetternd war, als ich erfahren musste, dass Teile des Etats meines Instituts in Paris vom französischen Verteidigungsministeriums gestellt wurden. Für einen Mann mit meiner Vorgeschichte, mein Vater ist im Konzentrationslager Auschwitz gestorben, und meine Mutter und ich musste ebendies miterleben, war dies inakzeptabel. Als Folge musste ich meinen Rücktritt einreichen. Zeit meines Lebens bin ich dem Militär und dem Krieg kritisch gegenüber gestanden. Aber meine damaligen Vorträge zum Thema "Können wir die wissenschaftliche Forschung noch verantworten?" ([Sch10], Seite 56) waren nicht sehr erfolgreich. Die Hörerschaft war sehr gering, und diese Vorträge, die meinen fachlichen Vorträgen folgten, wurden oft nur als Happenings gesehen. Dann habe ich mich, es muss wohl um das Jahr 1970 gewesen sein, mit der Herausgabe der Zeitschrift "Survivre" beschäftigt. Ziel dieser Gruppe war der „Kampf für das Überleben der menschlichen Rasse und des Lebens überhaupt [...]“. ([Sch10], Seite 45) Eine große Zahl der Artikel sind von meiner Hand geschrieben worden.



Abbildung 5: Grothendieck in Montréal

Wir hatten zwischenzeitlich zwar eine gute Anzahl an Mitstreitern, aber in dieser Phase meines Lebens habe ich meine ganze Arbeitskraft in diese Bewegung gesteckt. Ich konnte einfach nicht verstehen, wie meine Mitstreiter nicht mit demselben Enthusiasmus und derselben Energie an die Arbeit gingen. ([Sch10], Seite 59)

Miriam Und warum sind Sie schließlich sogar aus den Kommunen geflüchtet?

A. Grothendieck Geflüchtet ist vermutlich ein zu starkes Wort hierfür. Ich habe in der Tat in mehreren Kommunen gelebt, wobei ich die Standorte zeitweise wechseln musste, weil ich mich immer wieder in einem Milieu wiederfand, in dem meine Ansichten nicht ernst genommen wurden. ([Sch10], Seite 111) In Olmet-le-Sec habe ich vor allem mit Hippies zusammen gelebt, die einen vergleichsweise einfachen Lebensstil suchten.

Miriam Herr Perelman, Sie leben auch sehr zurückgezogen und haben sich der Gesellschaft abgewandt. War das schon immer so?

G. Perelman Als ich als kleiner Junge die Mathe-Clubs nach der Schule besucht habe, habe ich immer gesagt, dass ich froh bin, wenn Sonntag ist. Dann konnte ich endlich in Ruhe mathematische Probleme lösen. Die Menschen störten mich nur mit Dingen, die uninteressant waren, wie zB Politik

Miriam Nach der verweigerten Verleihung der Fields-Medaille sollen Sie jegliche Kontakte zu engeren Freunden abgebrochen haben. [Ges09].



Abbildung 6: Haus in Olmet-le-Sec

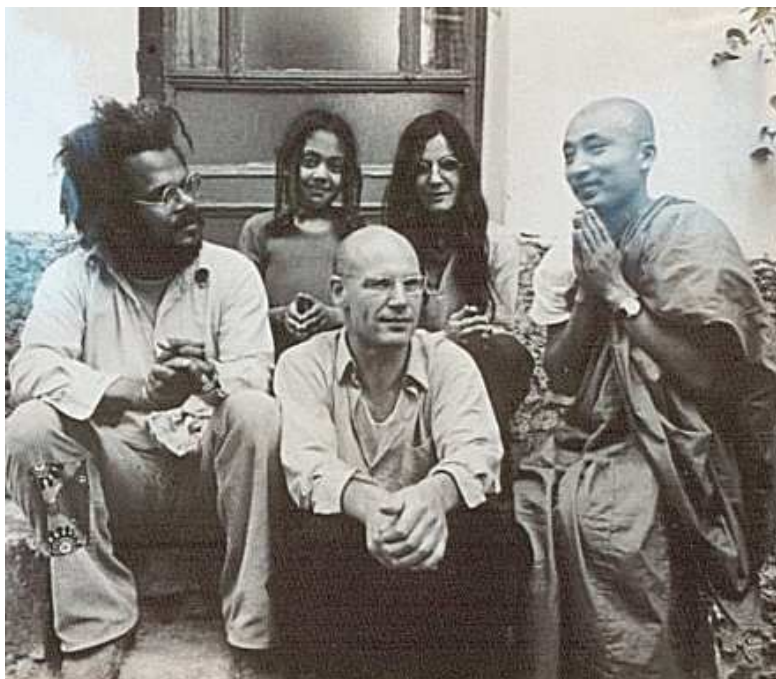


Abbildung 7: Grothendieck mit seinen Mitbewohnern in Olmet-le-Sec

G. Perelman Die Menschen sollen mich einfach nur in Ruhe lassen. Ich lasse meine Arbeiten für mich reden. 1994 habe ich stets vor leeren Hörsälen Vorträge gehalten und plötzlich interessieren sich die Menschen für mich, weil ich anscheinend ein großes Problem gelöst habe. Sie versuchen mich zu beschenken und dekorierte Stellen anzubieten, doch sie erreichen dadurch nur das Gegenteil. Sie verstehen nicht, um was es geht. Ich will nicht als etwas Besseres angesehen werden.

Miriam Sie haben anscheinend auch einmal eine allgemeine Zusatzzahlung des Steklov Institutes, an dem Sie angestellt waren, schreiend abgelehnt.

G. Perelman Regeln sind Regeln!

Perelmann verlässt wütend die Runde.

Donald K. Er und seine Regeln! Klar sind Regeln wichtig, aber er übertreibt doch maßlos. Ich würde mich nie so konsequent von der Gesellschaft abwenden, aber auch ich habe meine Grenzen abgesteckt. Ich war einer der ersten, die die eMail mitbenutzt haben. Seit 1975 war ich dabei. Aber 15 Jahre voller eMails reichen aus für ein Leben und deswegen benutze ich seit 1.1.1990 keine mehr.

Miriam Dann hast du keine einzige Mailadresse mehr?

Donald K. Naja, das ist so nicht ganz korrekt. Ich habe schon noch zwei Mailadressen, an die die Leute ihre gefundenen Fehler schicken können. Aber meine Sekretärin druckt sie alle aus und dann arbeite ich sie irgendwann ab. Bis vor kurzem habe ich ausgedruckte Mails mit Fragen einfach immer weggeworfen, aber seit kurzem nutze ich die Rückseite als Schmierpapier für meine Konzepte, so dass sie doch noch für etwas gut sind.

Miriam Aber wie hältst du dann Kontakt zu Leuten, die nicht in Stanford in deinem Flur arbeiten?

Donald K. Das Zauberwort heißt *Post*. Meine Sekretärin sortiert mir meine Briefe und reicht dringende direkt an mich weiter. Alle anderen arbeite ich periodisch so einmal alle drei Monate ab [Knu11b]. Damit leidet zwar meine Antwortzeit, aber ich kann mich anständig auf meine Arbeit konzentrieren. Emails sind eine wunderbare Sache für Leute, die ganz vorne mitmischen wollen. Aber das ist bei mir anders: Ich rühre Fundamente an.³

Sofia K. Diese neue Kommunikation ist mir ganz fremd, ich habe immer nur über Briefe oder im persönlichen Gespräch zu anderen Wissenschaftlern Kontakt gehalten. Bis auf die Zeit, in der ich mich mit meinem Mann nach Russland zurückgezogen habe. Ganze sechs Jahre habe ich keine Brief an Weierstraß geschrieben. Mit der Geburt meiner Tochter fing ich wieder an. Intensiver wurde der Kontakt dann als ich mich von meinem Mann getrennt hatte und wieder nach Berlin zog.

³Im Original: „Email is a wonderful thing for people whose role in life is to be on top of things. But not for me; my role is to be on the bottom of things.“ [Knu11b]

Miriam Warum habt ihr euch getrennt? Du sagtest doch eben, dass es sich zum Schluss nicht mehr um eine fiktive Ehe handelte.

Sofia K. Ich drang nicht mehr zu ihm durch, dazu noch unsere finanziellen Probleme und seine Depressionen. Ich habe es einfach nicht mehr ausgehalten. Zwei Jahre danach hat er sich dann das Leben genommen. Das war für mich jedoch ein Schock. Ich habe mich in mein Zimmer eingesperrt und habe nichts mehr gegessen und wollte auch niemanden mehr sehen. Nach fünf Tagen habe ich das Bewusstsein verloren. Am nächsten Morgen habe ich dann versucht, meine Trauer mit Arbeit zu ertränken. Ich war zwar noch sehr schwach, aber es gelang mir ganz gut, so die Trauer zu verdrängen.

Miriam Herr Grothendieck, sie hatten ja eine Nahtoderfahrung. Wollen Sie uns ein bisschen an dem Geschehen teilhaben lassen?

A. Grothendieck Ich habe zu Gott gefunden. In meinen Meditationen habe ich versucht zu erklären, dass alle Träume eine Kreation des Träumers sind ⁴ und dass Gott der Träumer ist ⁵.

Miriam Bitte Herr Grothendieck, schweifen Sie nicht vom Thema ab?

A. Grothendieck Ich glaube, dass „Gott [...] zu und aus [mir] sprach“ ([Sch10], Seite 247) und ich bin „zu dem Glauben gekommen, dass man im Augenblick des Todes in einen „erlösten“ Zustand übergeht“ ([Sch10], Seite 251). Ich habe also im Jahr 1990 versucht, 45 Tage zu fasten - manche sprechen von einem Fastenexzess. Ich wollte „den Augenblick des Todes und den Übergang in diesen erlösten Zustand bewusst“ erleben. ([Sch10], Seite 251)

Donald K. Okay. Wo wir gerade dabei sind: Ich hatte leider auch eine unschöne Begegnung mit dem Tode. Anfang 2006 wurde mir eine Form des Prostatakrebes diagnostiziert, Ende 2006 wurde ich operiert. Glücklicherweise habe ich es überstanden, aber es war keine gute Zeit. Es wäre eine Schande gewesen, wenn ich daran gestorben wäre, immerhin bin ich noch immer nicht mit *The Art of Computer Programming* fertig und habe doch vor Jahrzehnten versprochen, es fertig zu schreiben.

Zuschauerfragen

Frage: Sofia, was hat dich fasziniert an der Mathematik?

Sofia K. „Der schönste Moment in der Arbeit ist wohl derjenige wo man sich die Theorie im Kopf aufbaut und die nötigen Annahmen, in mathematischer Sprache gekleidet, aufstellt.“ [Tol95, S.111] Wenn man dann am Ende sieht, dass alles, was man vorher nur erraten hat, streng mathematisch beweisbar ist und manchmal das

⁴ „Toutes les rêves sont une création du Rêveur“ - ([Sch10], Seite 203)

⁵ „Dieu est le Rêveur“ - ([Sch10], Seite 204)

Ergebnis noch verallgemeinerbar ist, ist das eine unbeschreibliche Freude. Selbst wenn die scheinbar logischen Annahmen nicht statthaft sind, so erfährt man den genauen Grund dafür. Diesen Trost bekommt man bei anderen Wissenschaften eher selten.

Frage: Wie sieht euer persönlicher Bezug zu den Rollen aus?

Silvia Ich bewundere Sofia Kowalewskaja für ihre wissenschaftlichen Erfolge. Besonders wenn man sich die schweren äußeren Bedingungen anschaut, unter denen sie das geschafft hat. Ich finde es beeindruckend, was sie alles auf sich genommen hat, um Mathematik wissenschaftlich zu betreiben, und unglaublich, welche Schwierigkeiten sie nur des Geschlechtes wegen hatte. Sie kann in vielen Punkten ein Vorbild sein. Dieses kann man jedoch nicht über ihre sozialen Beziehungen sagen. Allein wenn man betrachtet, dass sie ihre Tochter kaum zu Gesicht bekommen hat und sie größtenteils von ihrer Freundin erzogen wurde.

Dominikus Ich muss sagen, dass ich von Donald Knuth während meines Studiums zwar viel gehört, allerdings nie einen Überblick darüber hatte, was er so alles gemacht hat. Insofern war es sehr spannend, mich in seine Person einzulesen. Ich hatte vermutlich den anderen gegenüber den Vorteil, dass es im Internet sehr viele Videos von ihm gibt. Ohne die wäre ich sicherlich nie hinter weitreichenden Humor gekommen und auch die inhaltliche Suche hat sich damit doch recht angenehm gestaltet. Er ist mir wirklich unglaublich sympatisch und ich kann seine Beweggründe \TeX zu schreiben sehr gut nachvollziehen.

Martin Ich finde die Person Alexander Grothendieck faszinierend. Man muss sich mal vorstellen - er wird in ein anarchistisches Milieu hinein geboren, seine Eltern geben ihn in eine Pflegefamilie, er muss wegen seiner jüdischen Herkunft aus Nazi-Deutschland nach Frankreich fliehen. Dies sind keine Umstände, die es erwarten lassen, dass er einer der größten Mathematiker des 20. Jahrhunderts. Noch faszinierender ist, dass er sich zum Höhepunkt seiner Karriere in die Mathematik und seine Arbeit so sehr hineinsteigert, dass er 10 – 12 Stunden pro Tag Mathematik betreibt. Und dann sind es allein seine ethischen Prinzipien, die ihn dazu treiben, dies alles hinter sich zu lassen, der (mathematischen) Welt den Rücken zu kehren und nicht einmal mehr Würdigungen anzunehmen.

Frage: Dominikus, wieso will Knuth keine Mails mehr verwenden?

Dominikus Mails lenken tierisch ab. Wenn man jeden Tag auch nur eine Stunde damit verbringt, seine Mails abzuarbeiten, geht schon viel Zeit verloren. Aber man muss ja auch noch bedenken, dass Mails einen thematisch meist auch von der eigenen Arbeit wegführen. So muss man sich jedes Mal wieder reindenken und darauf hat Donald einfach keine Lust mehr. Er hat einmal gesagt, dass er in seinem Themengebiet sich sehr stark auf etwas einlassen muss, um es richtig verstehen zu können. Mit Mailbeantwortung war ihm das einfach nicht mehr möglich.

Die Gäste im Einzelnen

Donald Erwin Knuth

Professor Emeritus of The Art of Computer Programming⁶



- * 10. Januar 1938 in Milwaukee, Wisconsin, USA
- 1960 Erhält B.S. und zeitgleich M.S. vom Case Institute of Technology
- 1961 Hochzeit mit Nancy Jill Carter
- 1963 Ph.D. in Mathematik am California Institute of Technology
- 1963–68 Professor der Mathematik am California Institute of Technology
- Vater von John Martin (1965) und Jennifer Sierra (1966)
- 1968– Professor der Informatik in Stanford
- Träger zahlreicher Preise, z.B.
 - 1971 Alan M. Turing Award
 - 1995 IEEE John von Neumann Medal
 - 1996 Kyoto Prize for Advanced Technology
- Autor von 45 Büchern, 61 Reports, 161 Arbeiten und 238 anderen, unbegutachteten Veröffentlichungen

⁶Da Donald Knuth mehr Ehrendokortitel trägt als er Studenten promoviert hat [Knu11c], wurde aus Rücksicht auf die Lesbarkeit auf die Aufzählung der über 30 Dokortitel verzichtet.

Sofia Wassiljewna Kowaleskaja

- * 15. Januar 1850 in Moskau
- 1868 Hochzeit mit Vladimir Kovalevsky (zuerst nur Scheinehe)
- 1869–70 Studium der Mathematik in Heidelberg (Schülerin von Helmholtz)
- 1870–74 Studium in Berlin (Privatunterricht bei Karl Weierstrass)
- 1874 Promotion in Göttingen: „Zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen“ [eine von drei eingereichten Arbeiten]
- 1878 Geburt der Tochter Sofia (auch Fufa genannt)
- 1884 Lehrauftrag an der Universität von Stockholm
- 1888 „Prix Bordin“ der Académie des Sciences für ihre Arbeit „Über einen besonderen Fall des Problems der Rotation eines schweren Körpers um einen festen Punkt“
- 1889 erste Professorin der Mathematik (Stockholm) und literarisches Werk: Kindheitserinnerungen
- † 10. Februar 1891 in Stockholm an einer Lungenentzündung



Alexander Grothendieck

französischer Mathematiker

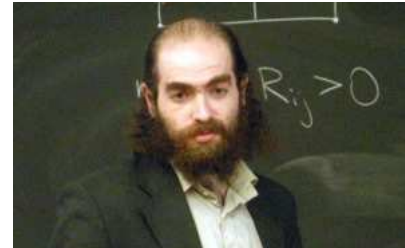
- * 28. März 1928 in Berlin
- Kindheit in Hamburg-Blankenese bei der Pastorenfamilie Heydorn
- 1939 Flucht nach Frankreich
- Baccalauréat am Collège Cevenole
- 1945–48 Studium der Mathematik in Montpellier
- Wechsel nach Paris zu Henri Cartan
- 1949–53 Schüler von Dieudonné und Schwartz in Nancy. Dissertation über „Tensorprodukte und nukleare Räume“
- bis 1970 am Institut des Hautes Études Scientifiques
- 1966 Verleihung der Fields-Medaille
- 1970–1972 Mitbegründer von „Survivre et Vivre“ in Montreal
- Verheiratet mit Mireille Dufour und Vater von 5 Kindern
- 1988 Verleihung und Ablehnung des Crafoord-Preises
- 1991 Entgültige Abwendung von der Mathematik
- 2010 Bitte, dass seine Schriften nicht mehr publiziert würden
- aktueller Aufenthaltsort unbekannt (Pyrenäen)



Grigori Jakowlewitsch Perelman

russischer Mathematiker

- * 13. Juni 1966 in Leningrad
- 1982 Goldmedaille bei der International Mathematik Olympiade mit perfekter Punktzahl
- Ende der 80er Jahre, wissenschaftliche Tätigkeit am Steklow-Institut für Mathematik bei Juri Burago
- 1990 Promotion an der Petersburger Universität mit dem Titel „Sattelfläche in Euklidischen Räumen“.
- 1990-1992 Post-Doktorand am Institut des Hautes Études Scientifiques gefördert von Michail Gromov.
- 1992 Forschungsaufenthalt an der State University of New York at Stony Brook und am Courant Institute of Mathematical Science of New York University bei Jeff Cheeger.
- 1993-1994 Miller Research Fellow an der University of California in Berkeley.
- 1994 Beweis der Seelen-Vermutung
- 1996 Preis der Europäischen Mathematischen Gesellschaft. Perelman lehnte den Preis ab.
- 2002 Veröffentlichung des ersten Artikels zur Geometrisierungs-Vermutung auf dem ArXiv
- 2006 Verleihung der Fields-Medaille. Perelman lehnte ab
- 2010 Das Clay-Institute sprach Perelman für das Lösen eines der sieben Millenniumsprobleme das Preisgeld über 1 Million Dollar zu. Perelman lehnte ab
- 2011 Perelman kündigt seine Anstellung am Steklow-Institut und zieht sich aus der Mathematik zurück



Literatur

- [Böl93] Reinhard Bölling. *Briefwechsel zwischen Karl Weierstrass und Sofja Kowalewskaja*. Akademie Verlag, Berlin, 1993.
- [Com11] Community. Bugs (a.k.a. entomology), 2011.
- [Ges09] Masha Gessen. *Perfect Rigor*. Houghton Mifflin Harcourt, 2009.
- [Gro86] Alexandre Grothendieck. *Récoltes et Semailles*. 1986.
- [Haf02] Peter Haffner. Ein ganz normales genie, 2002.
- [Han08] Agnes Handwerk. Geometrie und revolte, 2008.
- [IBBD10] Luc Illusie, Alexander Beilinson, Spencer Bloch, and Vladimir Drinfeld. Reminiscences of grothendieck and his school, 2010.
- [Knu90] Donald Knuth. The future of TEX and METAFONT, 1990.
- [Knu11a] Donald Knuth. Google tech talk: All questions answered, 2011.
- [Knu11b] Donald Knuth. Internetauftritt, 2011.
- [Knu11c] Donald Knuth. Internetauftritt, 2011.
- [Knu12] Donald Knuth. Internetauftritt, 2012.
- [New] BBC News. Russian maths genius Perelman urged to take 1m prize.
- [Oly] International Mathematical Olympiad. Grigorij Perelman.
- [Per] Grisha Perelman. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications.
- [PS12] Linda Preston and Kristina Sinova. Alexandre grothendieck, 2012.
- [Sch10] Winfried Scharlau. *Wer ist Alexander Grothendieck? Anarchie, Mathematik, Spiritualität, Einsamkeit, Teil 3: Spiritualität*. Books on Demand GmbH, Norderstedt, 2010.
- [Sch11] Winfried Scharlau. *Wer ist Alexander Grothendieck? Anarchie, Mathematik, Spiritualität, Einsamkeit, Teil 1: Anarchie*. Books on Demand GmbH, Norderstedt, 2011.
- [TH93] Wilderich Tuschmann and Peter Hawig. *Sofia Kowalewskaja: Ein Leben für Mathematik und Emanzipation*. Birkhäuser, Basel and and Boston, 1993.
- [Tol95] Cordula Tollmien. *Fürstin der Wissenschaft: Die Lebensgeschichte der Sofja Kowalewskaja*. Beltz & Gelberg, Weinheim [u.a.], 1995.
- [Vil11] Cédric Villani. Tedxobserver-cédric villani, 2011.
- [Wika] Wikipedia. Geometrisierung von 3-mannigfaltigkeiten.
- [Wikb] Wikipedia. Soul conjecture.

[Wik12a] Wikipedia. Alexander grothendieck, 2012.

[Wik12b] Wikipedia. Satz von riemann-roch, 2012.