

Lineare Algebra 2 - Algebraische Strukturen

Abgabetermin: Donnerstag, 14.11.2024, 10:00

Aufgabe 4: Betrachte die Permutationen

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 8 & 3 & 1 & 7 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix} \in \mathbb{S}_8.$$

- Berechne $\sigma \circ \pi$, $\pi \circ \sigma$, σ^{-1} , π^{-1} .
- Bestimme für jede der Permutationen in a. die Zyklenzerlegung.
- Schreibe $\sigma \circ \pi$ als ein Produkt von Transpositionen.
- Schreibe σ als ein Produkt von Transpositionen aufeinander folgender Zahlen.
- Berechne für jede der Permutationen in a. das Signum.

Aufgabe 5: [Diëdergruppe D_{10}]

Berechne alle Elemente der Untergruppe

$$D_{10} = \langle (1\ 2\ 3\ 4\ 5), (1\ 4) \circ (2\ 3) \rangle$$

der symmetrischen Gruppe \mathbb{S}_5 .

Aufgabe 6: Finde zwei Untergruppen von \mathbb{S}_4 , die beide die Mächtigkeit 4 besitzen, aber nicht isomorph zueinander sind. Begründe, weshalb es Untergruppen sind und weshalb sie nicht isomorph zueinander sind.

Präsenzaufgabe 10:

- Bestimme alle Untergruppen und das Untergruppendiagramm der D_{10} .
- Welche der beiden Untergruppen der \mathbb{S}_4 in Aufgabe 6 ist ein Normalteiler?
- Zeige, ist G eine Gruppe von Primzahlordnung, so ist G zyklisch, d.h. es gibt ein $g \in G$, so daß $G = \langle g \rangle$.