Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig Sommersemester 2015, Blatt 2
Yue Ren

Grundlagen der Mathematik 1

Abgabetermin: Montag, 27.04.2015, 12:00

Aufgabe Nummer 8 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nur von den Fernstudenten zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 5:

(a) Seien X, Y und Z Aussagen. Man beweise:

(1) $(X \wedge Y) \vee Z \Longleftrightarrow (X \vee Z) \wedge (Y \vee Z)$ (*Distributivgesetz*).

(2) $\neg(X \vee Y) \Longleftrightarrow \neg X \wedge \neg Y$ (*Regel von de Morgan*).

(b) Drücke die folgende Aussage in Worten aus:

$$\forall\, x \in \mathbb{R} \,:\, x > 0 \implies \exists\, n \in \mathbb{N} \,:\, n - 1 < x < n.$$

(c) Drücke die folgende Aussage in Symbolen aus: Ist eine Primzahl p Summe zweier Quadratzahlen, so ist die Differenz $p - 1$ durch vier teilbar.

Aufgabe 6:

(a) Negiere die folgenden Aussagen:

(1) Jedes Haus hat eine Tür.

(2) Manchmal geht meine Uhr falsch.

(b) Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

(1) Die Differenz zweier ungerader Zahlen ist stets gerade.

(2) Das Produkt von je zwei ganzer Zahlen ist stets positiv.

Aufgabe 7:

(a) Sei M eine Menge. Unter den folgenden sechs Aussagen sind einige nur verschiedene Beschreibungen ein und desselben Sachverhalts:

(1) $\{x\} \subseteq M$	(2) $\{x\} \in M$	(3) $x \in M$
(4) $\{x\} \cap M \neq \emptyset$	(5) $M \setminus \{x\} \neq \emptyset$	(6) $\{x\} \setminus M = \emptyset$

Finde heraus, welche das sind und begründe Deine Antwort.

(b) Seien M, N, P Mengen mit $M \subseteq P$ und $N \subseteq P$. Beweise die *Regeln von de Morgan*:

$$(1)\ P\backslash(M \cup N) = (P\backslash M) \cap (P\backslash N). \qquad (2)\ P\backslash(M \cap N) = (P\backslash M) \cup (P\backslash N).$$

Aufgabe 8: Seien L, M, N Mengen und $f : L \longrightarrow M$, $g : M \longrightarrow N$ Abbildungen. Beweise oder widerlege - durch Gegenbeispiel - die folgenden Aussagen:

(a) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist g surjektiv.

(b) Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist f surjektiv.