Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Sommersemester 2025, Blatt 2
Paul Weiß

Analysis 1

Abgabetermin: Montag, 21.04.2025, 12:00

Aufgabe Nummer 8 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nicht zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 5:

(a) Seien X und Y Aussagen. Beweise die folgende Äquivalenz mit Hilfe einer Wahrheitstafel:

$$\big((X \vee Y) \wedge \neg(\neg X \wedge Y)\big) \vee Y \Longleftrightarrow X \vee Y.$$

(b) Drücke die folgende Aussage in Worten aus:

$$\forall\, x \in \mathbb{R}\ \exists\, n \in \mathbb{N}\ :\ n > x.$$

(c) Drücke die folgende Aussage in Symbolen aus: Jede natürliche Zahl, deren Quadrat gerade ist, ist selbst gerade.

(d) Formuliere die Wahrheitstafel für das *ausschließende Oder*: Es gilt *entweder* A *oder* B.

Aufgabe 6:

(a) Negiere die folgenden Aussagen:

(1) Es gibt Menschen, die kein Erdbeereis mögen.

(2) Alle Primzahlen sind ungerade.

(b) Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

(1) Die Summe zweier ungerader Zahlen ist stets gerade.

(2) Das Quadrat der Summe zweier ganzer Zahlen entspricht der Summe der Quadrate der beiden Zahlen.

Aufgabe 7:

(a) Sei M eine Menge. Unter den folgenden sechs Aussagen sind einige nur verschiedene Beschreibungen ein und desselben Sachverhalts:

(1) $\{x\} \subseteq M$ (2) $\{x\} \in M$ (3) $x \in M$
(4) $\{x\} \cap M \neq \emptyset$ (5) $M \setminus \{x\} \neq \emptyset$ (6) $\{x\} \setminus M = \emptyset$

Finde heraus, welche das sind und begründe Deine Antwort.

(b) Seien M, N, P Mengen mit $M \subseteq P$ und $N \subseteq P$. Beweise folgende *Regel von de Morgan*:

$$P\backslash(M \cup N) = (P\backslash M) \cap (P\backslash N).$$

Aufgabe 8: Seien L, M, N Mengen und $f : L \longrightarrow M$, $g : M \longrightarrow N$ Abbildungen. Beweise oder widerlege - durch Gegenbeispiel - die folgenden Aussagen:

(a) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist g injektiv.

(b) Ist $g \circ f$ injektiv, so ist f injektiv.