Prof. Dr. Christoph Bohle Tübingen

Analysis II : Übungsblatt 6

Jonas Ziefle 23. Mai 2017

Diese Aufgaben sind schriftlich auszuarbeiten und am 13. Juni vor der Vorlesung abzugeben. Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Aufgabe 1. Parametrisieren Sie den Kreis von Radius r mit Mittelpunkt $p \in \mathbb{R}^2$ so, daß die Geschwindigkeit (=Ableitung der Parametrisierung) in jedem Punkt die euklidische Norm 1 hat. Zeichnen Sie ein Bild der Kurve und visualisieren Sie die Parametrisierung, indem Sie eine Zeitskala anzeichnen. Stelle Sie für einen Punkt der Kurve die Gleichung der Tangete (in Punkt–Richtungs–Form) auf und skizzieren Sie diese.

Aufgabe 2.
(i) Finden Sie eine nicht–triviale quadratische Gleichung, die von den Punkten im Bild der parametrisierten Kurve
$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} \cosh(t) \\ \sinh(t) \end{pmatrix}$$
erfüllt wird.
(ii) Parametrisieren Sie γ so um, daß das Bild von γ als Graph einer Funktion von y dargestellt wird.
(iii) Geben Sie eine nicht–triviale Gleichung an, die die um $\pi/4$ gedrehte Kurve beschreibt (drehen Sie dabei in mathematisch positive Richtung um den Nullpunkt).

Aufgabe 3. Untersuchen Sie die Funktionen f, $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & (x,y) \neq 0 \\ 0 & (x,y) = 0 \end{cases} \qquad \text{und} \qquad g(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y}{x^4+y^2} & (x,y) \neq 0 \\ 0 & (x,y) = 0 \end{cases}$$
auf

a) Existenz aller Richtungsableitungen im Punkt $(x,y) = 0$ und
b) Differentierbarkeit im Punkt $(x,y) = 0$.

Aufgabe 4. (Nur für BaSc) Zeigen Sie, daß eine Funktion $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ von einem abgeschlossenen Intervall in einen endlichdimensionalen reellen Vektorraum genau dann k–mal stetig differenzierbar ist, wenn es für ein $\epsilon > 0$ eine k–mal stetig differenzierbare Fortsetzung $\tilde{f}\colon]a-\epsilon, b+\epsilon[\to \mathbb{R}$ gibt.